

# অধ্যায় ০৩

## জ্যামিতি

এই অধ্যায়ের বিগত বছরসমূহের বোর্ড প্রশ্নের বিশ্লেষণ:

বোর্ড	২০২৪				২০২৩				২০২২				২০২০				২০১৯				২০১৮				২০১৭							
	CQ			M C																												
	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q
ঢাকা	1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	1
রাজশাহী	1	1	1	2	1	1	1	3	1	1	1		1	2	1	2	1	2	1	3	1	1	1	4	1	1	2	2	1	1	2	2
চট্টগ্রাম	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	4	2	1	2	4	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	4	1	1	1	4
কুমিল্লা	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	4	1	1	1	1
যশোর	1			2	1	2	2	4	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	3	1	1	1	3
বরিশাল	1	2	1	2	2	2	2	2		1	2		1	1	3	1	1	1	1	3	1	1	1	4	1	1	1	4	1	1	1	3
সিলেট		1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	4	1	1	1	4	1	1	1	4
দিনাজপুর	1	2		2	1	1	1	5	1	1	1	1	2	1	1	2				3	1	1	1	4	1	1	1	3	1	1	1	3
ময়মনসিংহ		1	1	2	1	1	1	3	1	1	1	3		1	4																	

[বি.দ্র: ২০২১ সালে এই অধ্যায়ে বোর্ড পরীক্ষায় প্রশ্ন আসেনি]

### MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

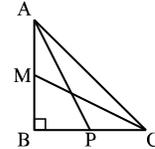
বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নসমূহ

- একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি মধ্যমার দৈর্ঘ্য 6 cm হলে ঐ ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি. মিটার? [ঢা.বো.'২৪]  
(a)  $6\sqrt{2}$  (b) 6 (c)  $4\sqrt{3}$  (d)  $3\sqrt{3}$
- নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সে.মি. হলে পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [ঢা.বো.'২৪]  
(a)  $7\pi$  (b)  $14\pi$  (c)  $49\pi$  (d)  $196\pi$
- একটি ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু যোগ করলে কোনটি গঠিত হয়? [ঢা.বো.'২৪]  
(a) সরল রেখা (b) বৃত্ত  
(c) ত্রিভুজ (d) কোণক

- $\Delta PQR$  এ  $PQ = 11$  সে.মি.  $QR = 13$  সে.মি. এবং  $PR = 16$  সে.মি.। ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [রা.বো.'২৪]

- 2.51 সে.মি.
- 2.94 সে.মি.
- 3.24 সে.মি.
- 3.55 সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে BC ও AB এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও M.  $BP = BM = 8$  সে.মি.

- BC এর উপর AP ও AC এর লম্ব অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কত সে.মি.? [ঢা.বো.'২৪]  
(a) 8 (b) 16 (c) 24 (d) 32

### উত্তরমালা

01. c

02. d

03. a

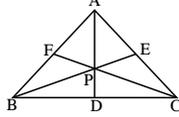
04. d

05. c



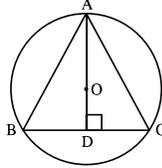


20.  $(AD^2 + BE^2 + CF^2) = 72$  বর্গ সে.মি. হলে,  
 $(AB^2 + BC^2 + CA^2)$  এর মান কত? [য.বো.'২৩]  
 (a) 18 বর্গ সে.মি. (b) 54 বর্গ সে.মি.  
 (c) 72 বর্গ সে.মি. (d) 96 বর্গ সে.মি.
21. কোনো ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল  $64\pi$  বর্গ সে.মি. হলে,  
 এর নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [য.বো.'২৩]  
 (a) 64 সে.মি. (b) 16 সে.মি. (c) 8 সে.মি. (d) 4 সে.মি.  
 নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, AD, BE ও CF মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে 3 সে.মি.,  
 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.।

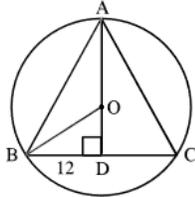
22. BP এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? [কু.বো.'২৩]  
 (a)  $\frac{4}{3}$  সে.মি. (b)  $\frac{4}{2}$  সে.মি. (c)  $\frac{8}{3}$  সে.মি. (d)  $\frac{10}{3}$  সে.মি.  
 নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABC সমবাহু ত্রিভুজে  $AD \perp BC$ .

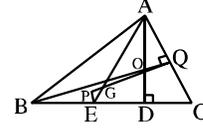
23. BC বাহুর উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? [ঢা.বো.'২২]  
 (a) BD (b) AD (c) AC (d) BC
24.  $BD = 2$  সে.মি. হলে  $\Delta ABC$  এর পরিব্যাসার্ধ কত?  
 (a)  $\frac{8}{\sqrt{3}}$  সে.মি. (b)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  সে.মি. [ঢা.বো.'২২]  
 (c)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  সে.মি. (d)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$  সে.মি.

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নটির উত্তর দাও:



25. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে চাপ  $BD = 12$  সে.মি. এবং  
 $\angle BOD = 40^\circ$  হলে  $OB =$  কত? [ঢা.বো.'২২]  
 (a) 0.70 সে.মি. (প্রায়) (b) 3.33 সে.মি. (প্রায়)  
 (c) 12.00 সে.মি. (প্রায়) (d) 17.19 সে.মি. (প্রায়)

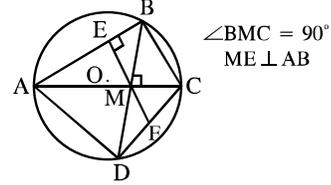
26.  $\Delta PQR$ -এ  $\angle PQR < 90^\circ$  এবং  $PM \perp QR$  হলে, নিচের  
 কোনটি সঠিক? [চ.বো.'২২; কু.বো.'১৯]  
 (a)  $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2QR \cdot RM$   
 (b)  $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2QR \cdot QM$   
 (c)  $PR^2 = PQ^2 + QR^2 + 2QR \cdot RM$   
 (d)  $PR^2 = PQ^2 + QR^2 + 2QR \cdot QM$
27. [দি.বো.'২২]



চিত্রে P পরিকেন্দ্র, O লম্ববিন্দু এবং AE মধ্যমা হলে নিচের  
 কোনটি সঠিক?

- (a)  $GE \parallel AD$  (b)  $OA = 2PE$   
 (c)  $QA = 2PE$  (d)  $PE \parallel AC$

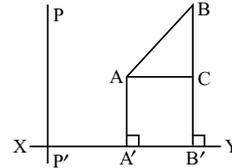
28. [ম.বো.'২২]



উপরের চিত্রের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- (a)  $CF = DF$  (b)  $AE = BE$   
 (c)  $ME = MF$  (d)  $EF = AB$

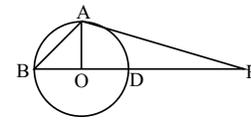
29. [ঢা.বো.'২০]



XY এর উপর AA' এর লম্ব অভিক্ষেপ হল-

- (a) A' (b) AA' (c) A'B' (d) B'C

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র  $BD = 8$  সে.মি. এবং  $OP = 12$  সে.মি.

30. PB এর উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপের মান কত?  
 [কু.বো.'২০]  
 (a) 3 সে.মি. (b) 4 সে.মি.  
 (c) 6 সে.মি. (d) 8 সে.মি.

উত্তরমালা

20. d	21. d	22. c	23. a	24. b	25. d	26. b	27. b	28. a	29. a	30. b
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

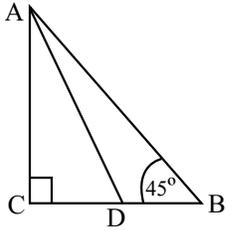


31. PA এর দৈর্ঘ্য কত? [কু.বো.'২০]  
 (a) 8 সে.মি. (b) 11.31 সে.মি.  
 (c) 12 সে.মি. (d) 12.65 সে.মি.

32.  $\Delta PQR$  এর S, QR এর মধ্যবিন্দু এবং  $PM \perp QR$  হলে এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক? [কু.বো.'২০]

- (a)  $PQ^2 + PR^2 = 2QM^2$   
 (b)  $PQ^2 + PR^2 = 2RM^2 + 2PS^2$   
 (c)  $PQ^2 + PR^2 = 2QS^2 + 2MS^2$   
 (d)  $PQ^2 + PR^2 = 2QS^2 + 2PS^2$

33. 2 একক বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত একক? [ম.বো.'২০]  
 (a) 4 (b) 9 (c) 16 (d) 36

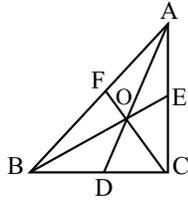


34. ; AD = 5 cm, CD = 3 cm

BC এর উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপের মান কত?

- [কু.বো.'২০; রা.বো.'১৯]  
 (a) 1 সে.মি. (b) 3 সে.মি.  
 (c) 4 সে.মি. (d) 7 সে.মি.

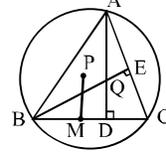
নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



$\Delta ABC$  এর মধ্যমাত্রয় AD = 6 সে.মি., BE = 5 সে.মি.; CF = 4.5 সে.মি. পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

35.  $\Delta MNO$  এর MN = MO = NO, MD  $\perp$  NO এবং MD = 6cm হলে,  $\Delta MNO$  এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [রা.বো.'১৯]  
 (a) 2 সে.মি. (b)  $2\sqrt{3}$  সে.মি.  
 (c) 4 সে.মি. (d)  $4\sqrt{3}$  সে.মি.

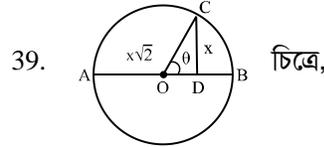
36. PQR সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ PR = 9 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি কত? [চ.বো., ব.বো.'১৯]  
 (a) 54 বর্গ সে.মি. (b) 60.75 বর্গ সে.মি.  
 (c) 121.50 বর্গ সে.মি. (d) 243 বর্গ সে.মি.



37. বৃত্তটির কেন্দ্র P এবং M, BC এর মধ্যবিন্দু হলে নিচের কোনটি সঠিক? [চ.বো.'১৯]

- (a)  $AQ = \frac{1}{2}PM$  (b)  $AQ = 2PM$   
 (c)  $AD = 2PM$  (d)  $PM = PE$

38. BCDE বৃত্তস্থ সামান্তরিকে  $BE^2 + DE^2 = 50$  বর্গ সে.মি. হলে CE = কত? [চ.বো.'১৯]  
 (a)  $2\sqrt{5}$  সে.মি. (b) 5 সে.মি.  
 (c)  $5\sqrt{2}$  সে.মি. (d) 10 সে.মি.

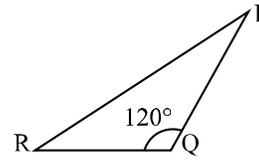


39. চিত্রে, [ব.বো.'১৯]  
 (i) DOC ত্রিভুজে OD = x  
 (ii) AB = 2x (iii)  $\theta = \frac{\pi}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii  
 40. 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রত্রয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের পরিসীমা কত? [য.বো.'১৯]  
 (a) 60 সে.মি. (b) 24 সে.মি.  
 (c) 12 সে.মি. (d) 6 সে.মি.

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



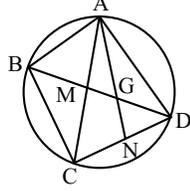
41. PR = কত? [দি.বো.'১৯]  
 (a) 4 একক (b)  $4\sqrt{2}$  একক  
 (c)  $4\sqrt{3}$  একক (d) 8 একক

উত্তরমালা

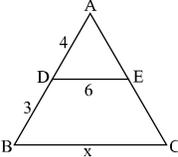
31. d	32. d	33. b	34. c	35. c	36. c	37. b	38. c	39. b	40. b	41. c
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------



42. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে ঐ ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [দি.বো.'১৯]
- (a)  $3\sqrt{3}$  সে.মি. (b)  $6\sqrt{3}$  সে.মি.  
(c)  $6\sqrt{6}$  সে.মি. (d)  $9\sqrt{3}$  সে.মি.
- নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



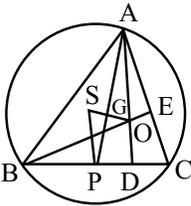
M ও N যথাক্রমে AC ও CD এর মধ্যবিন্দু।

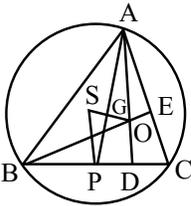
43.  [রা.বো.'১৭]

উপরের চিত্রে  $DE \parallel BC$  হলে x এর মান কত?

- (a) 5.5 (b) 10.5 (c) 12 (d) 14
44. বৃত্তের ক্ষেত্রে— [সি.বো.'১৭]
- (i) বৃত্তস্থ ট্র্যাপিজিয়ামের তীর্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান  
(ii) অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ  
(iii) বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পূরক কোণ
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii
45. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণগুলোর যোগফল কত? [ব.বো.'১৭]

- (a)  $90^\circ$  (b)  $180^\circ$  (c)  $270^\circ$  (d)  $360^\circ$

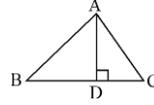


46.  [য.বো.'১৭]
- চিত্রে S পরিকেন্দ্র, G ভরকেন্দ্র এবং O লম্ববিন্দু হলে—
- (i)  $AG : GP = 2 : 1$   
(ii)  $AP : AG = 3 : 1$   
(iii)  $SP = \frac{1}{2} AO$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

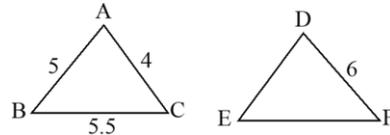
47. ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাস D হলে, নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [কু.বো.'১৭]
- (a)  $\frac{D}{4}$  (b)  $\frac{D}{2}$  (c) 2D (d) 4D

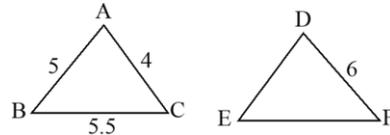
বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্র্যাক্টিস প্রবলেম

48. যেকোনো ত্রিভুজ ABC এর  $\angle ACB$  সূক্ষ্মকোণ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
- (a)  $AB^2 > AC^2 + BC^2$  (b)  $AB^2 = AC^2 + BC^2$   
(c)  $AB^2 < AC^2 + BC^2$  (d)  $AB^2 + AC^2 > BC^2$
49. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর ওপর AB বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি?



- (a) AB (b) BD (c) CD (d) AD
50.  $\triangle ABC$  এর AD মধ্যমা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে কোনটি সঠিক?
- (a)  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 - BD^2)$   
(b)  $AB^2 - AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$   
(c)  $AB^2 + AC^2 = 2(AD + BD)^2$   
(d)  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$
51. ত্রিভুজের ক্ষেত্রে—
- (i) সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক  
(ii) মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে পরিকেন্দ্র বলে  
(iii) ভরকেন্দ্রে মধ্যমাগুলো 2:1 অনুপাতে বিভক্ত হয়
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii



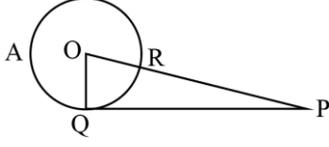
52.  ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ হলে DE বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [চিত্রে  $\angle F = \angle C$  এবং  $\angle E = \angle B$ ]
- (a) 7 (b) 6.5 (c) 5 (d) 7.5
53. ABC ত্রিভুজের মধ্যমা  $AD = 4$  সে.মি. এবং  $BC = 5$  সে.মি. হলে,  $AB^2 + AC^2$  কত বর্গ সে.মি.?
- (a) 44 (b) 45 (c) 45.5 (d) 44.5

উত্তরমালা

42. b	43. b	44. a	45. d	46. b	47. a	48. c	49. b	50. d	51. c	52. d	53. d
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------



নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



O কেন্দ্রবিশিষ্ট RAQ বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P হতে PQ স্পর্শক এবং  $\Delta POQ$  সমকোণী ত্রিভুজ।

54.  $\angle PQO$  এর মান কত?

- (a)  $60^\circ$  (b)  $75^\circ$   
(c)  $90^\circ$  (d)  $120^\circ$

55. ত্রিভুজের ক্ষেত্রে-

(i) বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে অনুরূপ বাহুর বিপরীত কোণগুলো সমান

(ii) নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $\frac{\text{পরিব্যাসার্ধ}}{2}$

(iii) পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ

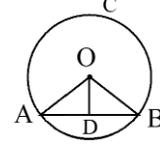
নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, ii, iii (d) i, iii

56. দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ  $\Delta ABC$  ও  $\Delta DEF$  এর অনুরূপ বাহু  $BC = 5$  সে.মি. এবং  $EF = 3$  সে.মি. হলে ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

- (a)  $\Delta ABC : \Delta DEF = 5 : 3$   
(b)  $\Delta ABC : \Delta DEF = 3 : 5$   
(c)  $\Delta ABC : \Delta DEF = 25 : 9$   
(d)  $\Delta ABC : \Delta DEF = 9 : 25$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



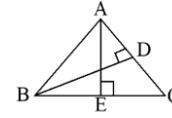
ABC বৃত্তের কেন্দ্র O, ব্যাসার্ধ 9 সে.মি. এবং  $OD \perp AB$ ।

57.  $\angle OBD = 30^\circ$  হলে  $\angle AOB$  এর মান কত?

- (a)  $90^\circ$  (b)  $120^\circ$  (c)  $140^\circ$  (d)  $85^\circ$

58.  $OD = 4$  সে.মি. এর জন্য AB এর মান কত?

- (a) 8.1 সে.মি. (b) 7.2 সে.মি.  
(c) 12.4 সে.মি. (d) 16.2 সে.মি.



59.

ABC ত্রিভুজের AC বাহুর ওপর BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি?

- (a) AD (b) CD (c) BE (d) BD

60. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে a, b ও c এবং মধ্যমাত্রয় d, e ও f হলে এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে কোনটি সঠিক?

- (a)  $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{4}(d^2 + e^2 + f^2)$   
(b)  $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{4}{3}(d^2 + e^2 + f^2)$   
(c)  $2(a^2 + b^2 + c^2) = 3(d^2 + e^2 + f^2)$   
(d)  $a^2 + b^2 - c^2 = \frac{4}{3}(d^2 + e^2 - f^2)$

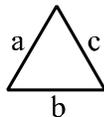
উত্তরমালা

54. c	55. c	56. c	57. b	58. d	59. b	60. b
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

MCQ প্রশ্নের ব্যাখ্যামূলক সমাধান

বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নসমূহের সমাধান

01. সমাধান: (c); সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে  $a = b = c$



আমরা জানি,  $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$   
 $\Rightarrow 3(a^2 + a^2 + a^2) = 4(6^2 + 6^2 + 6^2)$   
 $\Rightarrow 9a^2 = 432 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$  cm.

Shortcut:  $\frac{\sqrt{3}}{2}a = 6 \Rightarrow a = \frac{4 \times 3}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$  cm

02. সমাধান: (d); নববিন্দু বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 7 cm

$\therefore$  পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $7 \times 2 = 14$  cm

$\therefore$  পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল =  $\pi \times (14)^2 = 196\pi$  cm<sup>2</sup>

03. সমাধান: (a); ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত।

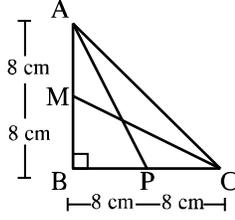
04. সমাধান: (d); অন্তবৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $\frac{A}{s}$

এখানে,  $s = \frac{13+16+11}{2} = 20$

$\therefore$  অন্তবৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $\frac{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{s}$

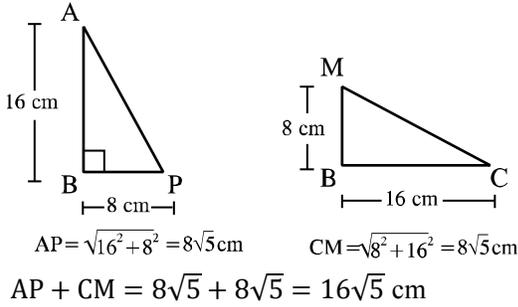
=  $\frac{\sqrt{20(20-11)(20-16)(20-13)}}{20} = 3.5496$  cm

05. সমাধান: (c);



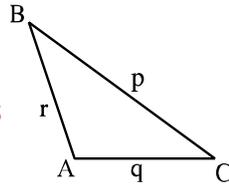
যেহেতু BC ও AB এর মধ্যবিন্দু P ও M তাই  
 $BP = PC; BM = AM$   
 $\therefore BP = PC = BM = AM = 8 \text{ cm}$   
 BC এর উপর AP এর লম্ব অভিক্ষেপ = BP  
 BC এর উপর AC এর লম্ব অভিক্ষেপ = BC  
 $\therefore BP + BC = 8 + 16 = 24 \text{ cm}$

06. সমাধান: (b);



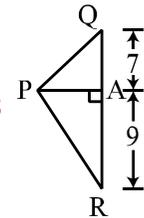
$AP = \sqrt{16^2 + 8^2} = 8\sqrt{5} \text{ cm}$        $CM = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5} \text{ cm}$   
 $AP + CM = 8\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 16\sqrt{5} \text{ cm}$

07. সমাধান: (b);



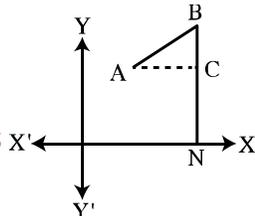
এখানে,  $p^2 > q^2 + r^2$   
 স্থূলকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের বিস্তৃতি হতে পাই,  
 $\angle A$  স্থূলকোণ হলে,  $BC^2 > CA^2 + AB^2$

08. সমাধান: (b);



$AQ = 7 \text{ cm}; QR = 16 \text{ cm}; AR = 16 - 7 = 9 \text{ cm}$   
 $\frac{\Delta PAQ}{\Delta PAR} = \frac{\frac{1}{2} \times AP \times 7}{\frac{1}{2} \times AP \times 9} = 7 : 9$

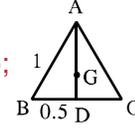
09. সমাধান: (b);



BN এর উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ = BC

10. সমাধান: (b);  $2 \times (6^2 + 7^2 + 8^2)$   
 $= 3 \times (\text{অতিভুজ})^2 \therefore \text{অতিভুজ} = 9.967$

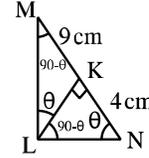
11. সমাধান: (b); AB এর উপর CD এর ছায়া = BD



12. সমাধান: (c);  $AD = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

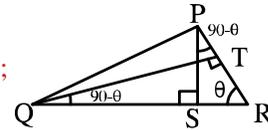
G ভরকেন্দ্র হলে,  $AG = \frac{2}{3} \times AD = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$   
 বিকল্প: সমবাহু ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ =  $\frac{\text{বাহু}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

13. সমাধান: (c);



$\Delta LMK$  এ  $LK^2 = ML^2 - MK^2 \dots \dots (i)$   
 $\Delta LNK$  এ  $LK^2 = LN^2 - NK^2 \dots \dots (ii)$   
 $\Delta LMN$  এ  $MN^2 = ML^2 + LN^2$   
 {(i) + (ii)} করে পাই,  $2LK^2 = ML^2 + LN^2 - MK^2 - NK^2$   
 $= (9 + 4)^2 - 9^2 - 4^2 \therefore LK = 6 \text{ cm}$

14. সমাধান: (a);



$QR = 25 \text{ cm}; SR = 6 \text{ cm}; RT = 5 \text{ cm}$   
 $QT = \sqrt{QR^2 - RT^2} = 10\sqrt{6} \text{ cm}$   
 $\Delta PSR$  ও  $\Delta QRT$  সদৃশকোণী ও সদৃশ।  
 $\therefore \frac{PR}{QR} = \frac{SR}{RT} \Rightarrow \frac{PR}{25} = \frac{6}{5} \therefore PR = 30 \text{ cm}$

16. সমাধান: (d); NL এর ওপর M এর লম্ব অভিক্ষেপ Q

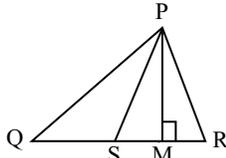
[ $\therefore MQ \perp LN$ ]

NL এর ওপর N এর লম্ব অভিক্ষেপ N  
 $\therefore$  NL এর ওপর MN এর লম্ব অভিক্ষেপ QN

17. সমাধান: (a);  $LP \perp MN \therefore \angle LPM = \angle LPN = 90^\circ$

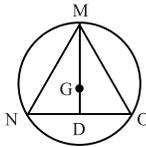
সমকোণী  $\Delta LNP$  তে  $LN^2 = LP^2 + PN^2$   
 $\therefore LP = \sqrt{LN^2 - PN^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} \text{ সে.মি}$   
 $= \sqrt{16 - 4} \text{ সে.মি} = 2\sqrt{3} \text{ সে.মি}$   
 $\Delta LMP$  ও সমকোণী।  $\therefore ML = \sqrt{MP^2 + LP^2}$   
 $= \sqrt{(MN - PN)^2 + LP^2}$   
 $= \sqrt{(6 - 2)^2 + (2\sqrt{3})^2} \text{ সে.মি}$   
 $= \sqrt{16 + 12} \text{ সে.মি} = \sqrt{28} \text{ সে.মি} = 2\sqrt{7} \text{ সে.মি}$

18. **সমাধান: (b);**  $PQ^2 > QR^2 + PR^2$  হলে,  
 $\angle PRQ$  স্থূলকোণ (PQ এর বিপরীত কোণ)  
 $\therefore \angle PQR$  সূক্ষ্মকোণ
19. **সমাধান: (a);** O ভরকেন্দ্র বলে,  $AO:DO = 2:1$   
 $\Rightarrow DO:OA = 1:2$
20. **সমাধান: (d);**  $4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$   
 $= 3(AB^2 + BC^2 + CA^2)$   
 $\Rightarrow 4 \times 72 = 3 \times (AB^2 + BC^2 + CA^2)$   
 $\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = 96$  বর্গ সে.মি.
21. **সমাধান: (d);** পরিব্যাসার্ধ, r হলে,  $\pi r^2 = 64\pi$   
 $\therefore r = 8$  সে.মি.  $\therefore$  নববিন্দুবৃত্তের ব্যাসার্ধ  $\frac{8}{2} = 4$  সে.মি.
22. **সমাধান: (c);**  $BP = \frac{2}{3}BE = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$
24. **সমাধান: (b);**  $AD = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$   
 [সমবাহু ত্রিভুজের যেকোনো শীর্ষ হতে বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব একটি মধ্যমা]  
 $OA = \frac{2}{3}AD$ ;  $OA = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$   
**Shortcut:** সমবাহু ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ  $= \frac{a}{\sqrt{3}}$
25. **সমাধান: (d);**  $\theta = 40^\circ = 0.7$  রেডিয়ান  
 $\therefore r = \frac{s}{\theta} = \frac{12}{0.7} = 17.188$  cm (প্রায়)
30. **সমাধান: (b);** AB এর লম্ব অভিক্ষেপ  $= OB = 4$  cm
31. **সমাধান: (d);**  $PA = \sqrt{12^2 + 4^2} = 12.65$  cm



$$PQ^2 + PR^2 = 2QS^2 + 2PS^2$$

33. **সমাধান: (b);**  $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$   
 $\therefore$  মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি  $= \frac{3}{4} (2^2 + 2^2 + 2^2) = 9$
34. **সমাধান: (c);**  $AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2}$   
 $= 4$  cm; BC এর উপর AB এর লম্ব অভিক্ষেপ  
 $= BC = AB$  [ $\angle B = \angle A = 45^\circ$ ]  $= 4$  cm

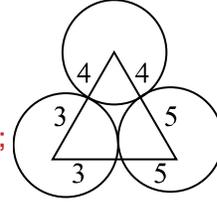


35. **সমাধান: (c);**
- সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র, লম্বকেন্দ্র একই বিন্দু নির্দেশ করে।  
 $\therefore$  পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ  $= 6 \times \frac{2}{2+1} = 6 \times \frac{2}{3} = 4$  cm

36. **সমাধান: (c);** সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় d, e, f ও অতিভুজ c হলে,  $2(d^2 + e^2 + f^2) = 3c^2$   
 $\therefore d^2 + e^2 + f^2 = \frac{3}{2} \times 9^2 = 121.5$  cm<sup>2</sup>

38. **সমাধান: (c);** ; বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি আয়ত;  
 একটি কর্ণ,  $BD = \sqrt{BE^2 + DE^2}$   
 $= \sqrt{50} = CE \therefore CE = \sqrt{2 \times 25} = 5\sqrt{2}$  cm

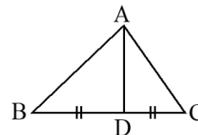
39. **সমাধান: (b);**  $OD = \sqrt{OC^2 - CD^2}$   
 $= \sqrt{(x\sqrt{2})^2 - (x)^2} = x$   
 $AB = 2 \times x\sqrt{2} = 2\sqrt{2}x$   
 $\sin \theta = \frac{x}{x\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\pi}{4}$



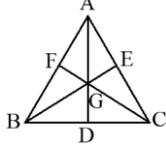
40. **সমাধান: (b);** পরিসীমা  $= (8 + 9 + 7) = 24$
41. **সমাধান: (c);**  $PR = \sqrt{PQ^2 + QR^2 + 2QR \cdot QS}$   
 $= \sqrt{(4)^2 + (4)^2 + 2 \cdot 4 \cdot 2} = 4\sqrt{3}$  একক
42. **সমাধান: (b);** পরিব্যাসার্ধ  $= \frac{\text{বাহুর দৈর্ঘ্য}}{\sqrt{3}}$   
 $\therefore$  বাহুর দৈর্ঘ্য  $= 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$  cm
43. **সমাধান: (b);**  $\triangle ACD$  ও  $\triangle ADE$  সদৃশকোণী  $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$   
 $\Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{7}{4} \therefore x = 10.5$
44. **সমাধান: (a);** বিপরীত কোণদ্বয় সম্পূরক হবে।
46. **সমাধান: (b);**  $AP:AG = 3:2$

বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্র্যাক্টিস প্রবলেমের সমাধান

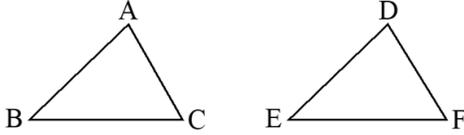
49. **সমাধান: (b);** কোনো সরলরেখার সকল বিন্দু হতে কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুসমূহের সেটকে প্রথমোক্ত সরলরেখার লম্ব অভিক্ষেপ বলে। তাহলে BC বাহুর ওপর AB বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ BD।
50. **সমাধান: (d);** এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,  
 $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$



51. **সমাধান: (c);** (i) নং ক্ষেত্রে, দুইটি ত্রিভুজের সদৃশকোণী হলে অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হবে।  
 (ii) ত্রিভুজের মধ্যমাত্রের ছেদবিন্দুকে ভরকেন্দ্র বলে।  
 (iii) ABC ত্রিভুজের মধ্যমাত্র AD, BE ও CF এবং AG = 2GD, যেখানে G ভরকেন্দ্র।

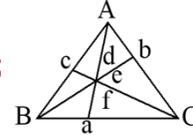


52. **সমাধান: (d);** DE বাহু x হলে,  $\frac{x}{5} = \frac{6}{4} \therefore x = 7.5$   
 53. **সমাধান: (d);** এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,  
 $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2) = 2\left[4^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2\right] = 44.5$   
 54. **সমাধান: (c);**  $\Delta POQ$  তে PQ, OQ এর উপর লম্ব।  
 $\therefore \angle Q$  সমকোণ।  $\therefore \angle PQO = 90^\circ$   
 55. **সমাধান: (c);**



$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$  হলে  $\angle BAC = \angle EDF, \angle ABC = \angle DEF$  এবং  $\angle ACB = \angle DFE$ । আবার, নববিন্দু ব্যাসার্ধ ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান এবং যেকোনো ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে।

56. **সমাধান: (c);** দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাতের সমান।  
 57. **সমাধান: (b);**  $\Delta OAB$  তে,  $\angle AOB + \angle OBA + \angle OAB = 180^\circ$   
 $\angle OBD = \angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$   
 $[\because OA = OB =$  ব্যাসার্ধ, তাই বিপরীত কোণগুলো সমান]  
 $\therefore \angle AOB + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle AOB = 120^\circ$   
 58. **সমাধান: (d);** OA = 9 সে.মি., OD = 4 সে.মি. এবং  
 $AD = BD = \frac{1}{2}AB$ ;  $\Delta OAD$  সমকোণী ত্রিভুজে,  
 $OA^2 = OD^2 + AD^2$   
 $\Rightarrow AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{(9)^2 - (4)^2}$   
 $= \sqrt{81 - 16} = \sqrt{65} = 8.1$  সে.মি. (প্রায়)  
 $\therefore AB = 2 \times AD = 2 \times 8.1 = 16.2$  সে.মি.  
 59. **সমাধান: (b);** কোনো সরলরেখার সকল বিন্দু হতে কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুসমূহের সেটকে প্রথমোক্ত সরলরেখার লম্ব অভিক্ষেপ বলে। তাহলে AC বাহুর ওপর BC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD।

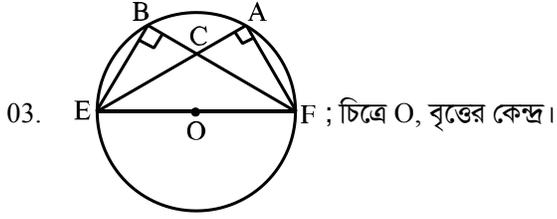


60. **সমাধান: (b);** ABC ত্রিভুজের বাহুত্রয় a, b ও c এবং মধ্যমাত্র d, e ও f, তাহলে উপপাদ্য অনুসারে,  
 $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{4}{3}(d^2 + e^2 + f^2)$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান

বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ CQ প্রশ্নসমূহ

01.  $\Delta ABC$  এর BC, CA ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা যথাক্রমে AD, BE ও CF। [ঢা.বো.'২৪]
- (a) সমবাহু  $\Delta PQR$  এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। 2
- (b)  $\Delta ABC$  এর  $\angle ACB$  সমকোণ এবং AB অতিভুজ হলে, প্রমাণ কর যে,  $2(AD^2 + BE^2 + CF^2) = 3AB^2$  4
- (c)  $\Delta ABC$  এর মধ্যমাত্র O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে,  $AB^2 + BC^2 + AC^2 = 3(OA^2 + OB^2 + OC^2)$  4
02. ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত যার AC ও BD দুটি কর্ণ এবং  $\angle BAC < \angle DAC$  [রা.বো.'২৪]
- (a) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 3 সে.মি হলে ত্রিভুজটির মধ্যমাত্রসমূহের বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর। 2
- (b) প্রমাণ কর যে,  $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$  4
- (c) যদি AB উক্ত বৃত্তের ব্যাস হয় এবং AC ও BD জ্যা দুই পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে,  
 $AB^2 = AC \cdot AP + BD \cdot BP$  4



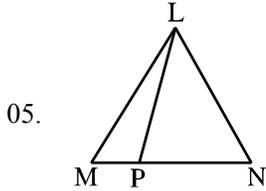
[চ.বো.'২৪]

- (a) একটি সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাগুলোর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি., 5 সে.মি. হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। 2
- (b)  $AD \perp EF$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $AD^2 = DE \cdot DF$  4
- (c) প্রমাণ কর যে,  $EF^2 = AE \cdot CE + BF \cdot CF$  4

04.  $\Delta PQR$  এর QR বাহু A ও B বিন্দুতে সমান তিনটি অংশে বিভক্ত হয়েছে।

[ব.বো.'২৪]

- (a) প্রদত্ত ত্রিভুজে  $\angle PQR = 60^\circ$  হলে প্রমাণ কর যে,  $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - PQ \cdot QR$  2
- (b) প্রমাণ কর যে,  $PQ^2 + PB^2 = 2(AP^2 + AB^2)$  4
- (c) দেখাও যে,  $PQ^2 + PR^2 = PA^2 + PB^2 + 4AB^2$  4

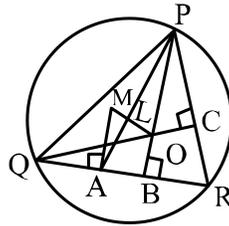


[দি.বো.'২৪]

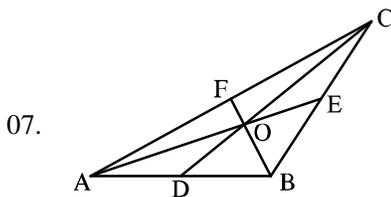
- (b)  $LM = LN$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $LM^2 - LP^2 = MP \cdot PN$  4

06. নিচের চিত্রে  $\Delta PQR$  এর পরিকেন্দ্র M এবং  $AQ = AR$

[ম.বো.'২৪]



- (b) প্রমাণ কর যে,  $PL = 2AL$  4
- (c)  $\angle R$  সূক্ষ্মকোণ হলে,  $QR \cdot BR = PR \cdot CR$  সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত কর। 4



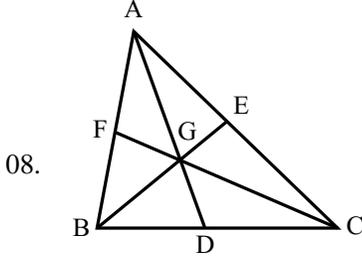
[য.বো.'২৩]

চিত্রে AB, BC এবং CA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E এবং F.

$AB = BC$  এবং  $BF \perp AC$ .

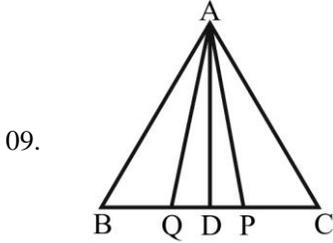
- (a)  $AO = 5$  সে.মি. হলে, AE এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। 2
- (b) ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও মধ্যমার মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর। 4
- (c)  $\Delta ABC$  এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে, প্রমাণ কর যে,  $BC^2 = 2R \cdot BF$ . 4

বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ CQ প্র্যাক্টিস প্রবলেম



এখানে AD, BE ও CF হচ্ছে যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুর মধ্যমা।

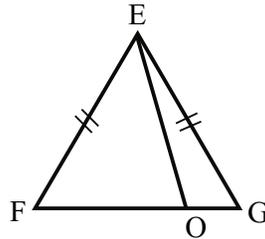
- (a) এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য চিত্র ও সমীকরণসহ বর্ণনা কর। 2
- (b) প্রমাণ কর,  $AB^2 + BC^2 + CA^2 = \frac{4}{3}(AD^2 + BE^2 + CF^2)$  4
- (c) যদি AD, BE ও CF, G বিন্দুতে মিলিত হয়, প্রমাণ কর,  $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$  4



চিত্রে  $AB = AC$  এবং  $BQ = PQ = PC$ ;  $AD \perp BC$

- (a) পিথাগোরাসের উপপাদ্য সমীকরণসহ বর্ণনা কর। 2
- (b) দেখাও যে,  $AC^2 - AP^2 = BP \cdot PQ$  4
- (c) প্রমাণ কর,  $AB^2 + AC^2 - 2PQ^2 = AP^2 + AQ^2 + BQ^2 + PC^2$  4
10.  $\triangle ABC$  এর BC, CA ও AB বাহুর মধ্যমাত্রয় AD, BE ও CF।
- (a) টলেমির উপপাদ্য চিত্র ও সমীকরণসহ বর্ণনা কর। 2
- (b) যদি  $AD = 3$  একক,  $BE = 2$  একক এবং  $CF = 4$  একক হয়, দেখাও যে,  $AB^2 + BC^2 + CA^2 = \frac{116}{3}$  4
- (c)  $\triangle ABC$  এ  $\angle C = 90^\circ$  হলে প্রমাণ কর যে,  $AB^2 - AD^2 = 3BD^2$  4

11.



EFG ত্রিভুজের  $EF = EG$ ।

- (a) পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য বর্ণনা কর। 2
- (b) যদি  $EH \perp FG$  হয় (যেখানে H, FG বাহুর উপরস্থ বিন্দু), তবে প্রমাণ কর যে,  $EG^2 = EO^2 + FO \cdot OG$  4
- (c) FG এর উপর M যদি এমন একটি বিন্দু হয় যেখানে,  $FM = MO = OG$ , তবে প্রমাণ কর যে,  $EO^2 + EM^2 < EG^2 + EF^2$  4

## CQ প্রশ্নের সমাধান



বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ CQ প্রশ্নসমূহের সমাধান

01. (a) আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে ভরকেন্দ্র, পরিকেন্দ্র এবং লম্ববিন্দু একই বিন্দুতে অবস্থান করে।

এখানে,  $\Delta PQR$  এ পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ  $OP = 6$  সে.মি. $\therefore OS = 3$  সে.মি. [∵ ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করে।] $\therefore \Delta PQS$  এ  $PQ^2 = PS^2 + QS^2$ 

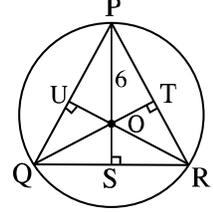
$$\Rightarrow a^2 = 9^2 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow \frac{3a^2}{4} = 81$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{\frac{81 \times 4}{3}} = 6\sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

এখানে,

 $PQ = QR = PR = a$  (ধরি)

$$\therefore QS = \frac{a}{2}$$

বিকল্প: সমবাহু ত্রিভুজের বাহু a হলে, পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $\Delta$  হলে,

$$\text{আমরা জানি, } \Delta = \frac{abc}{4R}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times 4 \times 6 = a^3 \Rightarrow a = 6\sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

 $\therefore$  বাহুর দৈর্ঘ্য  $6\sqrt{3}$  সে.মি.

$$\text{এখানে, } \Delta = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$a = b = c \text{ [সমবাহু ত্রিভুজ]}$$

$$R = 6 \text{ সে.মি.}$$

(b) বিশেষ নির্বাচন:  $\Delta ABC$  সমকোণী ত্রিভুজ এবং  $AD, BE$  ও  $CF$  ত্রিভুজটির তিনটি মধ্যমা।প্রমাণ করতে হবে যে,  $2(AD^2 + BE^2 + CF^2) = 3AB^2$ প্রমাণ: এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2) = 2 \times \left\{ AD^2 + \left( \frac{1}{2} BC \right)^2 \right\}$ 

$$\therefore AD^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } BE^2 = \frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} \dots \dots \dots (ii)$$

$$CF^2 = \frac{2(AC^2 + BC^2) - AB^2}{4} \dots \dots \dots (iii)$$

$$(i), (ii) \text{ ও } (iii) \text{ নং সমীকরণ যোগ করে পাই, } AD^2 + BE^2 + CF^2 = \frac{1}{4} \times 3 \times (AB^2 + BC^2 + CA^2)$$

$$\therefore 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) = 3(AB^2 + BC^2 + CA^2)$$

$$\Delta ABC \text{-এ } \angle C = 90^\circ \therefore AC^2 + BC^2 = AB^2 \therefore 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) = 3 \times 2 AB^2$$

$$\therefore 2(AD^2 + BE^2 + CF^2) = 3 AB^2 \text{ (Proved)}$$

(c)  $\Delta ABC$  এর মধ্যমাত্রয়  $AD, BE, CF$  পরস্পরকে  $O$  বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(OA^2 + OB^2 + OC^2)$$

এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি অনুসারে, ত্রিভুজের তিনবাহু ও মধ্যমাত্রয়ের সম্পর্ক হলো,

$$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) \dots \dots \dots (i)$$

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলোর ছেদবিন্দুতে পরস্পরকে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

$$\frac{OA}{OD} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{OD}{OA} = \frac{1}{2} \text{ [ব্যস্তকরণ করে]} \Rightarrow \frac{OD+OA}{OA} = \frac{1+2}{2} \text{ [যোজন করে]}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{OA} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2AD = 3OA \Rightarrow 4AD^2 = 9OA^2 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{একইভাবে পাওয়া যায়, } 4BF^2 = 9OB^2 \dots \dots \dots (iii) \text{ এবং } 4CF^2 = 9OC^2 \dots \dots \dots (iv)$$

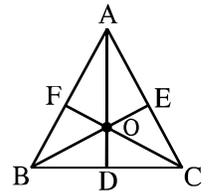
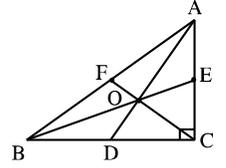
$$(ii) + (iii) + (iv) \Rightarrow 4AD^2 + 4BE^2 + 4CF^2 = 9OA^2 + 9OB^2 + 9OC^2$$

$$\Rightarrow 4(AD^2 + BE^2 + CF^2) = 9[OA^2 + OB^2 + OC^2]$$

$$\text{এখন, (i) নং হতে পাই, } 3[AB^2 + BC^2 + CA^2] = 4[AD^2 + BE^2 + CF^2]$$

$$\Rightarrow 3[AB^2 + BC^2 + CA^2] = 9[OA^2 + OB^2 + OC^2]$$

$$\Rightarrow AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3[OA^2 + OB^2 + OC^2] \text{ [প্রমাণিত]}$$



02. (a) সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 3 সে.মি.

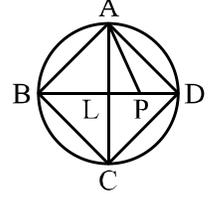
$$\text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2 = \text{অতিভুজ}^2 \Rightarrow \text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2 = 3^2$$

$$\therefore \text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2 + \text{অতিভুজ}^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

এখন,  $4 \times$  মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি =  $3 \times$  বাহুত্রয়ের বর্গের সমষ্টি।

$$\therefore \text{মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি} = \frac{3}{4} \times \text{বাহুত্রয়ের বর্গের সমষ্টি} = \frac{3}{4} \times 18 = \frac{3}{2} \times 9 = \frac{27}{2} \text{ (Ans.)}$$

(b) বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ ABCD এর বিপরীত বাহুগুলো AB ও CD এবং AD ও BC। AC ও BD কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$ ।  $\angle CAB$  কে  $\angle DAC$  এর ছোট ধরে নিয়ে  $\angle BAC$  এর সমান করে  $\angle DAP$  আঁকি যেন তা BD কে P বিন্দুতে ছেদ করে।



এখন,  $\angle PAD + \angle LAP = \angle BAL + \angle LAP \therefore \angle BAP = \angle LAD$

$\Delta ABP$  ও  $\Delta ACD$  এ  $\angle BAP = \angle CAD, \angle ABP = \angle ACD$  [AD চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থকোণ]

এবং অবশিষ্ট  $\angle APB =$  অবশিষ্ট  $\angle ADC \therefore \Delta ABP$  ও  $\Delta ACD$  সদৃশকোণী  $\frac{BP}{CD} = \frac{AB}{AC} \therefore AB \cdot CD = BP \cdot AC \dots \dots \dots$  (i)

$\Delta ACB$  ও  $\Delta APD$  এ  $\angle CAB = \angle PAD, \angle ACB = \angle ADP$  [AB চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থকোণ]

অবশিষ্ট  $\angle ABC =$  অবশিষ্ট  $\angle APD \therefore \Delta ACB$  ও  $\Delta APD$  সদৃশকোণী।

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{PD}{CB} \Rightarrow AD \cdot CB = PD \cdot AC \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,  $AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC(BP + PD) = AC \cdot BD$  [প্রমাণিত]

(c) বিশেষ নির্বচন: মনে করি, AB ব্যাসের উপর ADCB একটি অর্ধবৃত্ত। যার AC ও BD জ্যাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $AB^2 = AC \cdot AP + BD \cdot BP$

অঙ্কন:  $PQ \perp AB$  অঙ্কন করি। A, D ও B, C যোগ করি।

প্রমাণ: AB চাপের উপর দণ্ডায়মান অর্ধবৃত্তস্থকোণ  $\angle ACB$  ও  $\angle ADB$

$\therefore \angle ACB = \angle ADB =$  এক সমকোণ [∵ অর্ধবৃত্তস্থকোণ এক সমকোণ]

$\Delta APQ$  ও  $\Delta ABC$  এ,  $\angle PQA = \angle ACB$  [প্রত্যেক এক সমকোণ]

$\angle PAQ = \angle CAB$  [সাধারণ কোণ] এবং অবশিষ্ট  $\angle APQ = \angle ABC \therefore \Delta APQ$  ও  $\Delta ABC$  সদৃশকোণী অর্থাৎ সদৃশ

$$\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AB} \text{ [∵ অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]} \Rightarrow AC \cdot AP = AB \cdot AQ \dots \dots \dots$$
 (i)

আবার,  $\Delta BQP$  ও  $\Delta ABD$  এ,  $\angle PQB = \angle ADB$  [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\angle PBQ = \angle DBA$  [সাধারণ কোণ] এবং অবশিষ্ট  $\angle BPQ = \angle BAD$

$\therefore \Delta BQP$  ও  $\Delta ABD$  সদৃশকোণী অর্থাৎ সদৃশ

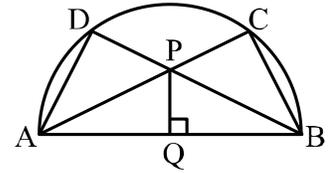
$$\therefore \frac{BP}{AB} = \frac{BQ}{BD} \text{ [∵ অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]}$$

বা,  $BD \cdot BP = AB \cdot BQ \dots \dots \dots$  (ii)

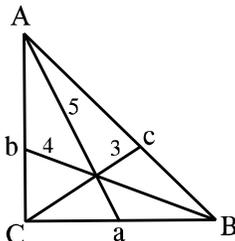
সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,  $AC \cdot AP + BD \cdot BP = AB \cdot AQ + AB \cdot BQ$

$$= AB(AQ + BQ) = AB \cdot AB \text{ [∵ } AQ + BQ = AB] = AB^2$$

$\therefore AB^2 = AC \cdot AP + BD \cdot BP$  [প্রমাণিত]



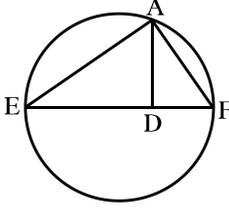
03. (a)



$$\text{অতিভুজ, } c = \frac{2}{3}(d^2 + e^2 + f^2) = 33.333 \text{ একক।}$$



(b)



$$AD^2 = ED \cdot DF$$

বিশেষ নির্বচন:  $\triangle EAF$  এর  $\angle A = 90^\circ$ ।  $AD \perp EF$

প্রমাণ করতে হবে  $AD^2 = ED \cdot DF$

প্রমাণ:  $\triangle EAF$  এ  $\angle A = 90^\circ$

$$\angle EAD + \angle FAD = 90^\circ \dots \dots (i)$$

আবার,  $\triangle EDA$  এ  $\angle EDA = 90^\circ$  [ $AD \perp EF$ ]

$$\angle EAD + \angle EDA + \angle AED = 180^\circ \text{ [ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি } 180^\circ]$$

$$\angle EAD + \angle AED = 90^\circ \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) নং হতে,  $\angle EAF + \angle DAF = \angle EAD + \angle AED \therefore \angle DAF = \angle AED$

$\triangle EAD$  এবং  $\triangle ADF$  এ  $\angle EDA = \angle ADF$ ,  $\angle AED = \angle DAF$

অবশিষ্ট  $\angle EAD =$  অবশিষ্ট  $\angle DFA \therefore \triangle AED$  এবং  $\triangle ADF$  সদৃশ

$$\frac{EA}{AF} = \frac{AD}{DF} = \frac{ED}{DA}$$

অর্থাৎ,  $\frac{AD}{DF} = \frac{ED}{AD} \therefore AD^2 = ED \cdot DF$  [প্রমাণিত]

(c)

মনে করি,  $EF$  ব্যাসের উপর  $EBAF$  একটি অর্ধবৃত্ত। যার  $EA$  ও  $BF$  জ্যাদ্বয় পরস্পর  $C$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $EF^2 = AE \cdot CF + BF \cdot CF$

অঙ্কন:  $EF \perp CD$  অঙ্কন করি।  $E, B$  ও  $F, A$  যোগ করি।

প্রমাণ:  $AB$  चापের উপর দণ্ডায়মান অর্ধবৃত্তস্থ কোণ  $\angle EAF$  ও  $\angle EBF$

$\therefore \angle EAF = \angle EBF =$  এক সমকোণ [ $\because$  অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

$\triangle ECD$  ও  $\triangle EFA$  এ  $\angle CDE = \angle EAF$  [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\angle CED = \angle AEF$  [সাধারণ কোণ]

$\therefore \triangle ECD$  ও  $\triangle EFA$  সদৃশকোণী অর্থাৎ, সদৃশ।

$$\frac{ED}{EA} = \frac{EC}{EF} \Rightarrow ED \cdot EF = EC \cdot EA \dots \dots (i)$$

আবার,  $\triangle FCD$  ও  $\triangle FBE$  এর  $\angle FDC = \angle FBE$  [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\angle CFD = \angle BFE$  [সাধারণ কোণ]

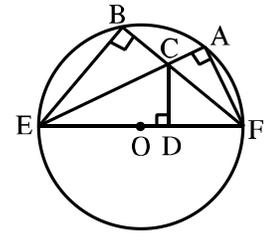
$\therefore \triangle FCD$  ও  $\triangle FBE$  সদৃশকোণী অর্থাৎ, সদৃশ।

$$\therefore \frac{FC}{EF} = \frac{FD}{FB} \Rightarrow EF \cdot FD = FC \cdot FB \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$EF \cdot ED + EF \cdot FD = EC \cdot EA + FC \cdot FB \Rightarrow EF(ED + FD) = AE \cdot CE + BF \cdot CF$$

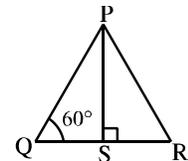
$$\therefore EF^2 = AE \cdot CE + BF \cdot CF \text{ [}\because ED + FD = EF \text{]} \text{ [প্রমাণিত]}$$



04. (a) আমরা জানি,  $PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2QR \cdot QS$

$$\Rightarrow PR^2 = PQ^2 + QR^2 - 2QR \cdot PQ \cdot \cos 60^\circ$$

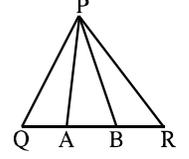
$$\Rightarrow PR^2 = PQ^2 + QR^2 - QR \cdot PQ$$



- (b) দেওয়া আছে, PQR ত্রিভুজের QR বাহু A ও B বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে।  
প্রমাণ করতে হবে,  $PQ^2 + PB^2 = 2(AP^2 + AB^2)$

$$\Delta PQB\text{-এ } AQ = AB$$

তাহলে, এপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,  $PQ^2 + PB^2 = 2(AP^2 + AB^2)$  (প্রমাণিত)



- (c) দেওয়া আছে,  $\Delta PQR$  এর QR বাহু A ও B বিন্দুতে সমান তিনভাগে বিভক্ত হয়। অর্থাৎ,  $QA = AB = BR$   
P, A ও P, B যোগ করি।

$$\text{প্রমাণ করতে হবে যে, } PQ^2 + PR^2 = PA^2 + PB^2 + 4AB^2$$

প্রমাণ:  $\Delta PQB$  এর মধ্যমা PA

$$\therefore \text{এপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে, } PQ^2 + PB^2 = 2(PA^2 + AB^2) \dots \dots \dots (i)$$

আবার,  $\Delta PAR$  এর মধ্যমা PB

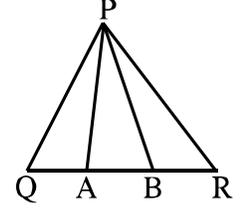
$$PA^2 + PR^2 = 2(PB^2 + AB^2) \dots \dots \dots (ii)$$

এখন, (i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$PQ^2 + PB^2 + PA^2 + PR^2 = 2PA^2 + 2AB^2 + 2PB^2 + 2AB^2$$

$$\Rightarrow PQ^2 + PR^2 = 2PA^2 + 2PB^2 + 4AB^2 - PA^2 - PB^2$$

$$\Rightarrow PQ^2 + PR^2 = PA^2 + PB^2 + 4AB^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$



05. (b) উদ্দীপকে  $LM = LN$  স্পর্শকটি অনুপস্থিত। এটি ধরে নিয়ে সমাধান করা হয়েছে। দেওয়া আছে,  $\Delta LMN$  এ  $LM = LN$  এবং P, MN এর উপর যে কোনো বিন্দু। L ও P যোগ করি। MN এর উপর LE লম্ব।

$$\text{প্রমাণ করতে হবে যে, } LM^2 - LP^2 = MP \cdot PN$$

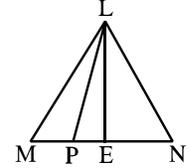
$$\text{প্রমাণ: সমকোণী } \Delta LME \text{ এ LM অতিভুজ } \therefore \angle LM^2 = ME^2 + LE^2 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, সমকোণী } \Delta LPE \text{ এ LP অতিভুজ } \therefore LP^2 = PE^2 + LE^2 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং হতে } (ii) \text{ নং বিয়োগ করে পাই, } LM^2 - LP^2 = ME^2 - PE^2 = (ME + PE)(ME - PE)$$

$$= (EN + PE) \cdot MP \text{ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ হতে ভূমির উপর লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ, } ME = EN]$$

$$\therefore LM^2 - LP^2 = MP \cdot PN \text{ [প্রমাণিত]}$$



06. (b) বিশেষ নির্বচন: মনে করি,  $\Delta PQR$  এর লম্ববিন্দু O, পরিকেন্দ্র M এবং AP একটি মধ্যমা। লম্ববিন্দু O এবং পরিকেন্দ্র M এর সংযোগ রেখা AP মধ্যমাকে L বিন্দুতে ছেদ করছে M, A যোগ করলে MA রেখা QR এর উপর লম্ব।

$$\text{প্রমাণ করতে হবে } PL = 2AL$$

প্রমাণ:  $\Delta PQR$  এর লম্ববিন্দু O থেকে P শীর্ষের দূরত্ব OP এবং পরিকেন্দ্র M থেকে P শীর্ষের বিপরীত বাহু QR এর দূরত্ব MA  $\therefore OP = 2MA \dots \dots \dots (i)$

এখন যেহেতু PB ও MA উভয়ই BC এর উপর লম্ব সেহেতু  $PB \parallel MA$  এবং PA এদের ছেদক।

সুতরাং একান্তর কোণ হওয়ায়  $\angle APB = \angle PAM$ , অর্থাৎ,  $\angle OPL = \angle MAL$

এখন,  $\Delta PLO$  এবং  $\Delta AML$  এর মধ্যে,  $\angle PLO = \angle ALM$ ;  $\angle OPL = \angle MAL \therefore$  অবশিষ্ট  $\angle POL =$  অবশিষ্ট  $\angle AML$

$\therefore \Delta PLO$  এবং  $\Delta AML$  সদৃশকোণী

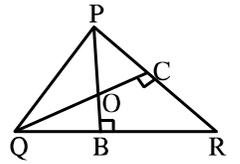
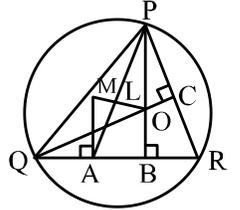
$$\text{সুতরাং, } \frac{PL}{LA} = \frac{OP}{MA} \text{ অর্থাৎ, } \frac{PL}{AL} = \frac{2MA}{MA} \text{ অতএব, } \frac{PL}{AL} = \frac{2}{1} \therefore PL = 2AL \text{ (প্রমাণিত)}$$

- (c) আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যেকোনো একটি ও তার অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণ পরিমাণ কম। এখন  $PB \perp QR$  হওয়ায়  $\angle PRQ$  সূক্ষ্মকোণ। এবং RB, QR বাহুতে PR বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে  $PQ^2 = PR^2 + QR^2 - 2QR \cdot BR \dots \dots \dots (i)$

আবার, RC, PR বাহুতে QR বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ।

$$PQ^2 = QR^2 + PR^2 - 2 \cdot PR \cdot CR \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং সমীকরণ থেকে পাই, } -2QR \cdot BR = -2PR \cdot CR \therefore QR \cdot BR = PR \cdot CR$$



07. (a) প্রদত্ত ত্রিভুজে, O ভরকেন্দ্র। ∴ AO : OE = 2 : 1

$$\Rightarrow \frac{AO}{OE} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{AO}{AO+OE} = \frac{2}{2+1} \Rightarrow \frac{AO}{AE} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore AE = \frac{3}{2} \times AO = \frac{3}{2} \times 5 \text{ সে.মি.} = \frac{15}{2} \text{ সে.মি.}$$

(b) মনে করি,  $\triangle ABC$  এর BC, CA ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c। BC, CA ও AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা AD, BE ও CF এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f।

তাহলে, এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য হতে পাই,  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

$$\Rightarrow c^2 + b^2 = 2 \left[ d^2 + \left( \frac{1}{2}a \right)^2 \right] \left[ \because BD = \frac{1}{2}a \right]$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 = 2d^2 + 2 \cdot \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = 2d^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow d^2 = \frac{2(b^2+c^2)-a^2}{4}$$

$$\text{অনুরূপভাবে পাওয়া যাবে, } e^2 = \frac{2(c^2+a^2)-b^2}{4} \text{ এবং } f^2 = \frac{2(a^2+b^2)-c^2}{4}$$

সুতরাং বলা যায়, কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য জানা থাকলে মধ্যমাসমূহের দৈর্ঘ্য জানা যায়।

$$\text{আবার, } d^2 + e^2 + f^2 = \frac{2(b^2+c^2)-a^2}{4} + \frac{2(c^2+a^2)-b^2}{4} + \frac{2(a^2+b^2)-c^2}{4}$$

$$\text{অর্থাৎ, } d^2 + e^2 + f^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2) \therefore 3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$$

সুতরাং বলা যায়, কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির তিনগুণ উক্ত ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির চারগুণের সমান।

(c) বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার AB = BC। B থেকে ভূমি CA এর উপর BF লম্ব এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R। প্রমাণ করতে হবে যে,  $BC^2 = 2R \cdot BF$ ।

অঙ্কন: BF কে BE পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যা পরিবৃত্তকে E বিন্দুতে ছেদ করে। A ও E যোগ করি।

প্রমাণ: এখন  $BF \perp CA$  হওয়ায় BF, AC এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। [ $\because \triangle ABC$  সমদ্বিবাহু]

∴ BF, বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায় কারণ কেন্দ্র থেকে জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং BE,  $\triangle ABC$ -এর পরিবৃত্তের ব্যাস।

তাহলে,  $\angle BAE$  অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। ∴  $\angle BAE = 90^\circ$

সমকোণী  $\triangle BFC$  ও  $\triangle BEA$ -এ,  $\angle BFA = \angle BAE$

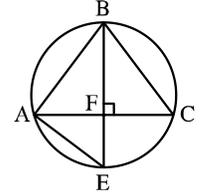
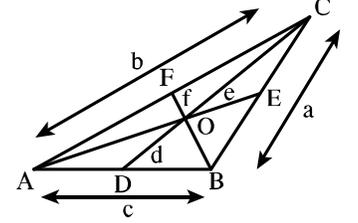
$\angle FBA = \angle EBA$  [সাধারণ কোণ] এবং অবশিষ্ট  $\angle ACD =$  অবশিষ্ট  $\angle AEC$

∴  $\triangle BFA$  ও  $\triangle BEA$  ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$$\text{সুতরাং, } \frac{AF}{AB} = \frac{BA}{BE} \Rightarrow AB^2 = BF \cdot BE \Rightarrow BC^2 = BE \cdot BF \left[ \because AB = BC \right]$$

অর্থাৎ,  $BC^2 = 2R \cdot BF$  [ $\because BE =$  পরিবৃত্তের ব্যাস  $= 2R$ ] (প্রমাণিত)

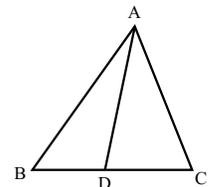
[বিঃদ্র: A, E এর পরিবর্তে C, E যোগ করে ও বর্ধিত পদ্ধতিতে প্রশ্নটি প্রমাণ করা যায়।]



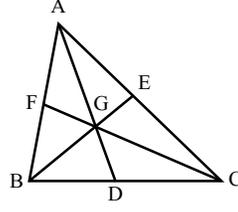
বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ CQ প্র্যাক্টিস প্রবলেমের সমাধান

08. (a) ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি, তৃতীয় বাহুর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং ঐ বাহুর সমদ্বিখণ্ডক মধ্যমার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ।

$\triangle ABC$  এর AD মধ্যমা BC বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। তাহলে,  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$



(b)



এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য হতে,  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2) \Rightarrow AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2\left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow AD^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} \dots \dots \dots (i)$$

অনুরূপভাবে,  $BE^2 = \frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} \dots \dots \dots (ii)$   $CF^2 = \frac{2(BC^2 + AC^2) - AB^2}{4} \dots \dots \dots (iii)$

(i), (ii) ও (iii) যোগ করে,  $AD^2 + BE^2 + CF^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} + \frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} + \frac{2(BC^2 + AC^2) - AB^2}{4}$

অর্থাৎ,  $AB^2 + BC^2 + CA^2 = \frac{4}{3}(AD^2 + BE^2 + CF^2)$

(c)

'b' হতে,  $AB^2 + BC^2 + CA^2 = \frac{4}{3}(AD^2 + BE^2 + CF^2) \dots \dots \dots (i)$

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো সমপাত বিন্দুতে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করে,  $\frac{AG}{GD} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{GD+AG}{AG} = \frac{1+2}{2}$  [যোজন করে]

$$\Rightarrow \frac{AD}{AG} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2AD = 3AG \Rightarrow 4AD^2 = 9AG^2, \text{ অনুরূপে, } 4BE^2 = 9BG^2 \text{ এবং } 4CF^2 = 9CG^2$$

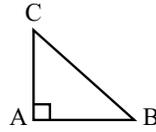
(i) নং হতে,  $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9(GA^2 + GB^2 + GC^2)$

$$\Rightarrow AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2) \text{ (প্রমাণিত)}$$

09.

(a)

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।



$\Delta ABC$  এ  $\angle A = 90^\circ$  ও  $BC$  অতিভুজ  $\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$

(b)

এখানে,  $AD \perp BC$ ; আর  $P$  হচ্ছে  $BC$  এর উপর একটি বিন্দু।

$\Delta ACD$  থেকে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,  $AC^2 = AD^2 + CD^2 \dots \dots \dots (i)$

$\Delta APD$  তে,  $AP^2 = AD^2 + PD^2 \dots \dots \dots (ii)$

(i) - (ii),  $AC^2 - AP^2 = AD^2 + CD^2 - AD^2 - PD^2 \Rightarrow AC^2 - AP^2 = CD^2 - PD^2$

$$\Rightarrow AC^2 - AP^2 = (CD + PD)(CD - PD)$$

$$\Rightarrow AC^2 - AP^2 = (BD + PD).PC \text{ [}\because CD = BD \text{ কারণ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির উপর লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]}$$

$$\Rightarrow AC^2 - AP^2 = BP.PC \Rightarrow AC^2 - AP^2 = BP.PQ \text{ [}\because PC = PQ \text{]}$$

(c)

চিত্রানুসারে,  $BQ = PQ = PC$  এখানে,  $\Delta ABP$  তে  $BP$  বাহুর উপর মধ্যমা  $AQ$ .

এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,  $AB^2 + AP^2 = 2(AQ^2 + PQ^2) \dots \dots (i)$  [ $\because PQ = BQ$ ]

আবার,  $\Delta AQC$  তে  $QC$  এর মধ্যমা  $AP$ .

$$\therefore AC^2 + AQ^2 = 2(AP^2 + PQ^2) \dots \dots (ii) \text{ [}\because PQ = CP \text{]}$$

(i) + (ii),  $AB^2 + AP^2 + AC^2 + AQ^2 = 2AQ^2 + 2PQ^2 + 2AP^2 + 2PQ^2$

$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 - 2PQ^2 = 2AQ^2 + 2AP^2 + 2PQ^2 - AP^2 - AQ^2$$

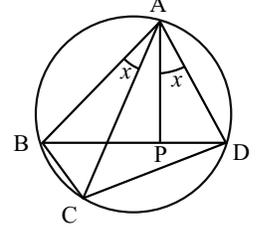
$$= AP^2 + AQ^2 + BQ^2 + PC^2 \text{ [}\because PQ = BQ = PC \text{]}$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 - 2PQ^2 = AP^2 + AQ^2 + BQ^2 + PC^2 \text{ (Proved.)}$$



10. (a) বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র ঐ চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।

বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো যথাক্রমে AB ও CD এবং BC ও AD। AC এবং BD চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ। তাহলে,  $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$ ।



- (b) এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য হতে,

$$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2) \Rightarrow AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2\left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

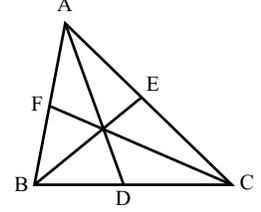
$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow AD^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} \dots \dots (i)$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } BE^2 = \frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} \dots \dots (ii); CF^2 = \frac{2(BC^2 + AC^2) - AB^2}{4} \dots \dots (iii)$$

(i), (ii), (iii) যোগ করে পাই,

$$AD^2 + BE^2 + CF^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} + \frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} + \frac{2(BC^2 + AC^2) - AB^2}{4}$$

$$\text{অর্থাৎ } AB^2 + BC^2 + CA^2 = \frac{4}{3}(AD^2 + BE^2 + CF^2) = \frac{4}{3}(3^2 + 2^2 + 4^2) = \frac{116}{3} \text{ একক (Showed)}$$



- (c) এখানে,  $\angle C = 90^\circ$ , D হচ্ছে BC এর মধ্যবিন্দু যেহেতু AD হচ্ছে BC এর মধ্যমা।

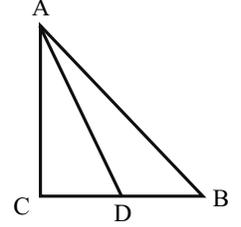
পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = AC^2 + (BD + CD)^2$$

$$= (AC^2 + CD^2) + BD^2 + 2BD \cdot CD = (AC^2 + CD^2) + BD^2 + 2BD^2$$

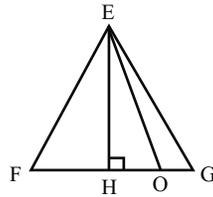
$$= (AC^2 + CD^2) + 3BD^2 = AD^2 + 3BD^2$$

$$\therefore AB^2 - AD^2 = 3BD^2 \text{ [প্রমাণিত]}$$



11. (a) কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হলে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।

- (b)



চিত্রানুসারে,  $EF = EG, EH \perp FG$

$\Delta EHG$  তে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,  $EG^2 = EH^2 + GH^2 \dots \dots (i)$ ;  $\Delta EOH$  এ  $EO^2 = EH^2 + OH^2 \dots \dots (ii)$

$$(i) - (ii), EG^2 - EO^2 = GH^2 - OH^2 \Rightarrow EG^2 - EO^2 = (GH + OH)(GH - OH)$$

$$\Rightarrow EG^2 - EO^2 = (FH + OH)OG. [\because EF = EG \text{ এবং } EH \perp FG, FH = GH] \Rightarrow EG^2 - EO^2 = FO \cdot OG$$

$$\therefore EG^2 = EO^2 + FO \cdot OG \text{ [প্রমাণিত]}$$

- (c) এখানে,  $FM = MO = OG$

$\Delta EFO$  তে FO এর মধ্যমা EM

এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$EF^2 + EO^2 = 2(EM^2 + MO^2) [\because FM = MO] \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \Delta EMG \text{ তে } EM^2 + EG^2 = 2(EO^2 + MO^2) \dots \dots (ii)$$

$$(i) + (ii) EF^2 + EO^2 + EM^2 + EG^2 = 2EM^2 + 2MO^2 + 2EO^2 + 2MO^2 \Rightarrow EF^2 + EG^2 = EM^2 + EO^2 + 4MO^2$$

$$\therefore EF^2 + EG^2 > EM^2 + EO^2 \Rightarrow EM^2 + EO^2 < EG^2 + EF^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

