

# অধ্যায় ১২

## সমতলীয় ভেক্টর

এই অধ্যায়ের বিগত বছরসমূহের বোর্ড প্রশ্নের বিশ্লেষণ:

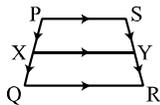
বোর্ড	২০২৪				২০২২				২০২১				২০২০				২০১৯				২০১৮				২০১৭			
	CQ			M C																								
	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q				
ঢাকা	1	1	1	1									1	1	1			1	2	1	1	1	1				2	
রাজশাহী			1	1									1	1	1	2		1		2	1	1	1	1			1	2
চট্টগ্রাম		1	1	1									1		1			1	1	1	1	1	1	1				2
কুমিল্লা			1	1								1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1				1
যশোর			1	1								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				1
বরিশাল			1									1	1	1	2		1	1	1	1	1	1	1	1				2
সিলেট				1								1	1				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
দিনাজপুর			1	1								1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1				1
ময়মনসিংহ			1	1								1	2															

[বি.দ্র: ২০২৩ সালে এই অধ্যায় শর্ট সিলেবাসে ছিল না]

### MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নসমূহ

01. P ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $5\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$  এবং  $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$  হলে  $\overline{PQ}$  = কত? [ঢা.বো.'২৪]
- (a)  $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$  (b)  $-3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$   
(c)  $7\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$  (d)  $7\mathbf{a} + 4\mathbf{b}$
02. চিত্রে X ও Y যথাক্রমে PQ ও SR এর মধ্যবিন্দু যেখানে  $PS \parallel QR$  এবং  $PS = 6 \text{ cm}$ ,  $QR = 10 \text{ cm}$  হলে, XY এর মান কত? [রা.বো.'২৪]



- (a) 16 cm (b) 8 cm (c) 4 cm (d) 2 cm

03.  $\triangle DEF$  এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [চ.বো.'২৪]

- (a)  $\overline{DE} + \overline{EF} = \overline{FD}$  (b)  $\overline{DE} + \overline{DF} = \overline{EF}$   
(c)  $\overline{FE} + \overline{ED} + \overline{FD} = 0$  (d)  $\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = 0$

04.  $\overline{PQ} = m \overline{RS}$  হলে- [সি.বো.'২৪]

- (i)  $PQ \parallel RS$   
(ii)  $\overline{PQ}$  ও  $\overline{RS}$  সমমুখী হবে যখন  $m > 0$   
(iii)  $\overline{PQ}$  ও  $\overline{RS}$  বিপরীতমুখী হবে যখন  $m < 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii  
(c) ii, iii (d) i, ii, iii

### উত্তরমালা

01. b

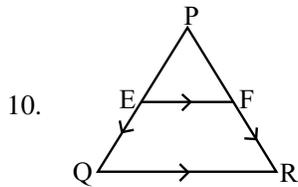
02. b

03. d

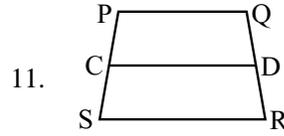
04. d



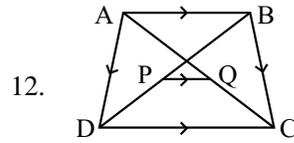
05. A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$ ,  $\underline{c}$  এবং AB রেখাংশকে C বিন্দুটি 2:3 ভাগে অন্তঃবিভক্ত করলে  $\underline{c} =$  কত? [য.বো.'২৪]
- (a)  $\frac{3\underline{b}+2\underline{a}}{5}$  (b)  $\frac{2\underline{b}+3\underline{a}}{5}$   
 (c)  $3\underline{b} - 2\underline{a}$  (d)  $2\underline{b} - 3\underline{a}$
06. PQR একটি ত্রিভুজ হলে, নিচের কোনটি ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজ বিধি নির্দেশ করে? [দি.বো.'২৪]
- (a)  $\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{RP} - \overrightarrow{PQ}$  (b)  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RQ} - \overrightarrow{RP}$   
 (c)  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QR} - \overrightarrow{PR}$  (d)  $\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{QP} - \overrightarrow{RP}$
07. মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $9\underline{a} - 4\underline{b}$  এবং  $4\underline{a} - 2\underline{b}$  হলে,  $\overline{AB} =$  কত? [ম.বো.'২৪]
- (a)  $2\underline{b} - 5\underline{a}$  (b)  $5\underline{a} - 2\underline{b}$   
 (c)  $10\underline{a} - 5\underline{b}$  (d)  $10\underline{b} - 5\underline{a}$
08.  $\triangle ABC$  এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে  $\overline{AD} + \overline{DE} = ?$  [ঢা.বো.'২০]
- (a)  $\frac{1}{2}\overline{BC}$  (b)  $\frac{1}{2}\overline{AC}$  (c)  $\frac{1}{2}\overline{AB}$  (d)  $\frac{1}{2}\overline{BE}$
09. মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $2\underline{a} - \underline{b}$  এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $\underline{a} - 2\underline{b}$  হলে,  $\overline{AB} =$  কত? [রা.বো.'২০]
- (a)  $\underline{a} - \underline{b}$  (b)  $-\underline{a} - \underline{b}$   
 (c)  $\underline{a} + \underline{b}$  (d)  $\underline{a} - 2\underline{b}$



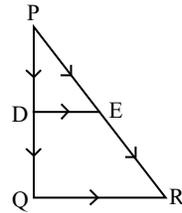
10.  $\triangle PQR$  এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে E ও F হলে— [রা.বো., ব.বো.'২০; দি.বো.'১৯]
- (i)  $EF \parallel QR$   
 (ii)  $EF = \frac{1}{2}QR$   
 (iii)  $\overline{PF} = \overline{PE} + \overline{EF}$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii



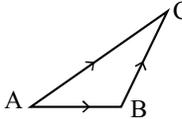
11. PQRS ট্রাপিজিয়ামে  $\overline{PS}$  ও  $\overline{QR}$  এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে C ও D হলে  $\overline{CD} =$  কত? [ব.বো.'২০]
- (a)  $\frac{1}{2}(\overline{PQ} - \overline{SR})$  (b)  $(\overline{PQ} - \overline{SR})$   
 (c)  $\frac{1}{2}(\overline{PQ} + \overline{SR})$  (d)  $(\overline{PQ} + \overline{SR})$



12. চিত্রে P ও Q যথাক্রমে BD ও AC এর মধ্যবিন্দু, যেখানে  $AB \parallel CD$  এবং  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $CD = 7 \text{ cm}$  তাহলে PQ এর মান কত? [য.বো.'২০]
- (a) 6 cm (b) 4 cm (c) 2 cm (d) 1 cm
13. নিচের চিত্রটি লক্ষ কর:



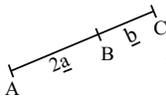
- PQ এর মধ্যবিন্দু D এবং  $QR \parallel DE$  হলে— [দি.বো.'২০]
- (i)  $\overline{QR} = 2(\overline{PE} - \overline{PD})$  (ii)  $\overline{PR} = 2\overline{PE}$   
 (iii)  $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{QR}$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii
14.  $(5\underline{p} - 3\underline{q})$  এর বিপরীত ভেক্টর কোনটি? [দি.বো.'২০]
- (a)  $\frac{1}{5\underline{p}-3\underline{q}}$  (b)  $\frac{1}{3\underline{q}-5\underline{p}}$   
 (c)  $3\underline{q} - 5\underline{p}$  (d)  $5\underline{q} - 3\underline{p}$
15.  $|\overline{AB}| = x$  হলে,  $|3\overline{AB} + 2\overline{BA}| + 2$  এর মান কত? [ম.বো.'২০]
- (a) x (b) 5x (c) x + 2 (d) 5x + 2

16.   $\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রে— [জ.বো.'১৯]

- (i)  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$   
 (ii)  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$   
 (iii)  $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC}$

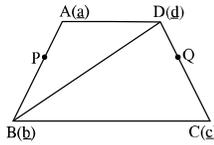
নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

17.  চিত্রে  $\vec{AC} =$  কত? [জ.বো.'১৯]

- (a)  $2a + b$  (b)  $2a - b$   
 (c)  $b - 2a$  (d)  $-b - 2a$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



P, Q যথাক্রমে  $\vec{AB}$  ও  $\vec{DC}$  এর মধ্যবিন্দু।

18. P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কোনটি? [রা.বো.'১৯]

- (a)  $\frac{a+b-c}{2}$  (b)  $\frac{b-a}{2}$   
 (c)  $\frac{a-b}{2}$  (d)  $\frac{a+b}{2}$

19.  $\vec{PQ}$  এর ক্ষেত্রে— [রা.বো.'১৯]

- (i)  $PQ \parallel BC \parallel AD$   
 (ii)  $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} - \vec{AD})$   
 (iii)  $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$

নিচের কোনটি সঠিক?

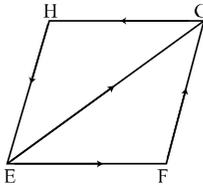
- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

20.  $\vec{MN} = b\vec{TS}$  হলে— [চ.বো.'১৯]

- (i)  $MN \parallel TS$   
 (ii) MN ও TS এর দৈর্ঘ্য অসমান, যখন  $b \neq 1$   
 (iii)  $\vec{MN}$  ও  $\vec{TS}$  এর দিক বিপরীত, যখন  $b < 0$

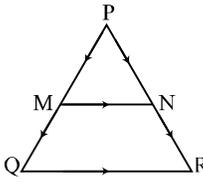
নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

21.  [সি.বো.'১৯]

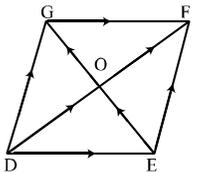
উপরের চিত্রের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- (a)  $\vec{EF} + \vec{FG} = \vec{GE}$   
 (b)  $\vec{HG} - \vec{HE} = \vec{GE}$   
 (c)  $\vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GH} + \vec{EH} = \vec{0}$   
 (d)  $\vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GH} + \vec{HE} = \vec{0}$

22.  [ব.বো., কু.বো.'১৯]

যদি  $\Delta PQR$ -এ PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক?

- (a)  $\vec{QR} = 2(\vec{PN} - \vec{PM})$  (b)  $\vec{QR} = 2(\vec{PM} - \vec{PN})$   
 (c)  $\vec{QR} = 2(\vec{PN} + \vec{PM})$  (d)  $\vec{QR} = 2(\vec{PQ} + \vec{PR})$

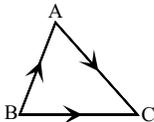
23.  [য.বো.'১৯]

DEFG সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ DF এবং EG হলে—

- (i)  $\vec{EO} = \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{EG}$   
 (ii)  $\vec{DG} = \frac{1}{2}\vec{DF} + \frac{1}{2}\vec{EG}$   
 (iii)  $\vec{OF} - \vec{OE} = \vec{EF}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

24.   $\Delta ABC$  এ- [সকল বোর্ড'১৮]

- (i)  $\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC}$   
 (ii)  $\vec{AC} + \vec{BA} + \vec{CB} = \vec{0}$   
 (iii)  $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{BC}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

উত্তরমালা

16. b	17. a	18. d	19. b	20. d	21. d	22. a	23. d	24. a
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------



25. ভেক্টর  $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$  এর সমান্তরাল ভেক্টর কোনটি?

[ঢা.বো.'১৭]

- (a)  $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$  (b)  $-3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$   
(c)  $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$  (d)  $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$

26. যে কোনো  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ , ও  $\mathbf{c}$  ভেক্টরের জন্য-

[রা.বো.'১৭]

- (i)  $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$ , ভেক্টর যোগের বিনিময় বিধি  
(ii)  $m(\mathbf{b} + \mathbf{c}) = m\mathbf{b} + m\mathbf{c}$ , ভেক্টর বণ্টন বিধি  
(iii)  $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$ , ভেক্টর যোগের সংযোগ বিধি

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

27. A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  এবং C, AB কে, 5:11 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে  $\mathbf{c} = ?$

[চ.বো.'১৭]

- (a)  $\frac{5\mathbf{b}+11\mathbf{a}}{16}$  (b)  $\frac{11\mathbf{b}+5\mathbf{a}}{16}$   
(c)  $\frac{5\mathbf{b}-11\mathbf{a}}{16}$  (d)  $\frac{11\mathbf{b}-5\mathbf{a}}{16}$

28. যদি  $PQ \parallel RS$  হয়, তাহলে-

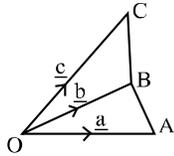
[চ.বো.'১৭]

- (i)  $\overrightarrow{PQ} = n\overrightarrow{RS}$ ; যেখানে n হল অদিক রাশি  
(ii)  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RS}$   
(iii)  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i (b) ii (c) i, ii (d) i, iii

নিচের চিত্রের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



29.  $\overrightarrow{AB} =$  কত?

[সি.বো.'১৭, ১৬; দি.বো., কু.বো.'১৬; ব.বো.'১৫]

- (a)  $\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$  (b)  $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$   
(c)  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  (d)  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$

30. যদি C বিন্দুটি AB এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক?

[সি.বো.'১৭; ব.বো.'১৫]

- (a)  $\mathbf{c} = \frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$  (b)  $\mathbf{c} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$   
(c)  $\mathbf{c} = \frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$  (d)  $\mathbf{c} = -\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$

31. AB রেখাংশ C বিন্দুতে m:n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে, [A, B, ও C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ].

[ঢা.বো.'১৬]

- (a)  $\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{a}+m\mathbf{b}}{m+n}$  (b)  $\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{a}-m\mathbf{b}}{m+n}$   
(c)  $\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{a}+m\mathbf{b}}{m-n}$  (d)  $\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{a}+n\mathbf{b}}{m+n}$

32.  $\mathbf{V}$  কে  $\mathbf{U}$  এর বিপরীত ভেক্টর বলা হয়, যদি-

(i)  $|\mathbf{V}| = |\mathbf{U}|$  [চ.বো.'১৬]

(ii)  $\mathbf{V}$  এর ধারক রেখা  $\mathbf{U}$  এর ধারক রেখার সঙ্গে অভিন্ন বা সমান্তরাল

(iii)  $\mathbf{V}$  এর দিকে  $\mathbf{U}$  এর দিকের বিপরীত হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

33. মূলবিন্দুর সাপেক্ষে P ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $9\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$  এবং  $-3\mathbf{a} - \mathbf{b}$  হলে  $\overrightarrow{PQ} =$  কত?

[ব.বো.'১৬]

- (a)  $6\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$  (b)  $12\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$   
(c)  $-12\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$  (d)  $\frac{9\mathbf{a}-4\mathbf{b}}{-3\mathbf{a}-\mathbf{b}}$

34. শূন্য ভেক্টরের ক্ষেত্রে-

[কু.বো.'১৬]

- (i) পরমমান শূন্য (ii) ধারকরেখা নেই  
(iii) দিক নির্ণয় করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

35. যদি O মূল বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $\mathbf{a}$  এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $\mathbf{b}$  হয় এবং C বিন্দুটি AB রেখাংশকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে, তবে  $\overrightarrow{OC}$  হবে নিচের কোনটি?

[ঢা.বো.'১৫]

- (a)  $\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$  (b)  $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$   
(c)  $\frac{2\mathbf{a}+\mathbf{b}}{3}$  (d)  $\frac{\mathbf{a}+2\mathbf{b}}{3}$

36. \_\_\_\_\_ ভেক্টরের কোনো নির্দিষ্ট দিক এবং ধারকরেখা নেই।

[রা.বো.'১৫]

- (a) একক (b) শূন্য (c) সমান (d) অবস্থান

37. যেকোনো ভেক্টর  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$  এর জন্য-  $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$  হলে, এটা ভেক্টর যোগের-

[রা.বো., য.বো., দি.বো.'১৫]

- (a) বিনিময় বিধি (b) সংযোগ বিধি  
(c) সামান্তরিক বিধি (d) ত্রিভুজ বিধি

উত্তরমালা

25. b

26. d

27. a

28. a

29. d

30. b

31. a

32. d

33. c

34. a

35. d

36. b

37. b



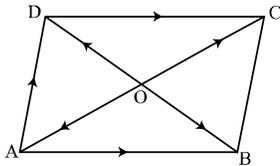
38. ABCD আয়তক্ষেত্রে— [স.বো. '১৫]
- (i)  $\overline{AB} = \overline{DC}$  (ii)  $\overline{AC} = \overline{BD}$   
 (iii)  $\overline{AD} = \overline{BC}$   
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii



বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্র্যাক্টিস প্রবলেম

39.  $AB \parallel DC$  হলে
- (i)  $\overline{AB} = m \cdot \overline{DC}$  যেখানে m একটি স্কেলার রাশি  
 (ii)  $\overline{AB} = \overline{DC}$   
 (iii)  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (a) i (b) ii (c) i, ii (d) i, ii, iii
40. দুইটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে-
- (i) এদের যোগের ক্ষেত্রে সামান্তরিক বিধি প্রযোজ্য  
 (ii) এদের যোগের ক্ষেত্রে ত্রিভুজ বিধি প্রযোজ্য  
 (iii) এদের দৈর্ঘ্য সর্বদা সমান  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (a) i (b) ii (c) i, ii (d) i, ii, iii

41.  $\underline{x}$  ও  $\underline{y}$  এর বিপরীত ভেক্টর হলে -
- (i)  $\underline{x}$  এর দিক,  $\underline{y}$  এর বিপরীত দিক  
 (ii)  $|\underline{x}| = |\underline{y}|$   
 (iii)  $\underline{x}$  ও  $\underline{y}$  এর ধারক রেখাদ্বয় সমান্তরাল  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii  
 নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

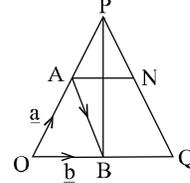


চিত্রে ABCD একটি সামান্তরিক। AC ও BD তার দুইটি কর্ণ।

42.  $\overline{BD} = ?$
- (a)  $\overline{AD} + \overline{AB}$  (b)  $\overline{AB} - \overline{AD}$   
 (c)  $\overline{AD} - \overline{AB}$  (d)  $\frac{1}{2}(\overline{AC} - \overline{BD})$

43.  $\overline{AD} = ?$
- (a)  $\frac{1}{2}\overline{AC} - \frac{1}{2}\overline{BD}$  (b)  $\frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{BD}$   
 (c)  $\frac{1}{2}\overline{BD} - \frac{1}{2}\overline{AC}$  (d)  $\overline{AC} + \overline{BC}$

নিচের চিত্রের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



OP এবং OQ এর মধ্য বিন্দু যথাক্রমে A এবং N।

$\overline{BQ} = 3\overline{OB}$

44.  $\overline{AB} = ?$
- (a)  $\underline{a} - \underline{b}$  (b)  $\underline{a} + \underline{b}$   
 (c)  $-\underline{a} - \underline{b}$  (d)  $\underline{b} - \underline{a}$
45.  $\overline{PQ} = ?$
- (a)  $4\underline{b} - 2\underline{a}$  (b)  $2\underline{a} + 4\underline{b}$   
 (c)  $2\underline{a} - 4\underline{b}$  (d)  $-2\underline{a} - 4\underline{b}$
46.  $\underline{a} + 4\underline{b} = 0$  হলে,  $\underline{a}$  ও  $\underline{b}$  ভেক্টর কীরূপ হতে পারে?
- (a) লম্ব (b) সমান্তরাল ও সমমুখী  
 (c) সমান (d) সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী
47.  $\overline{AA}$  একটি ভেক্টর -
- (i) এটি একটি বিন্দু ভেক্টর  
 (ii) এর আদিবিন্দু ও অন্তবিন্দু একই  
 (iii) এর দৈর্ঘ্য শূন্য  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii
48. নিচের কোনটি স্কেলার রাশি?
- (a) ওজন (b) বল (c) সরণ (d) আয়তন
49. একটি ভেক্টর  $\underline{u}$  কে অপর ভেক্টর  $\underline{v}$  এর সমান বলা হবে যদি-
- (i)  $|\underline{u}| = |\underline{v}|$  হয়  
 (ii)  $\underline{u}$  ও  $\underline{v}$  এর দিক একইমুখী হয়  
 (iii)  $\underline{u}$  এর ধারক  $\underline{v}$  এর ধারকের বিপরীত হয়  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii
50.  $|\overline{AB}| = y$  হলে,  $|5\overline{AB} + 4\overline{BA}| + 6$  এর মান কত?
- (a) y (b)  $6 - y$  (c)  $y + 6$  (d) 6

উত্তরমালা

38. b	39. a	40. a	41. d	42. c	43. b	44. d	45. b	46. d	47. d	48. d	49. a	50. c
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------



MCQ প্রশ্নের ব্যাখ্যামূলক সমাধান

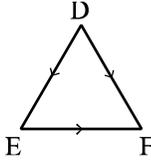


বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নসমূহের সমাধান

01. **সমাধান: (b);**  $\overrightarrow{PQ} = Q$  বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $-P$  বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $= 2\mathbf{a} - \mathbf{b} - 5\mathbf{a} + 3\mathbf{b} = -3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$

02. **সমাধান: (b);** যেহেতু PQ ও SR এর মধ্যবিন্দু X ও Y এবং  $PS \parallel QR$

$$XY = \frac{1}{2}(PS + QR) = \frac{1}{2}(6 + 10) = 8 \text{ cm}$$

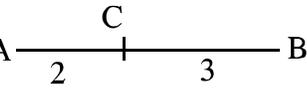


03. **সমাধান: (d);**

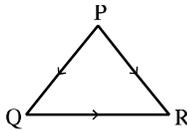
ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে,  $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DF}$   
 $\Rightarrow \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{DF} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FD} = 0$

04. **সমাধান: (d);** দুটি ভেক্টরের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল হলে, এদের একটিকে অপরটির সংখ্যা গুণিতক আকারে প্রকাশ করা যায়।  $PQ \parallel RS$  হলে,  $\overrightarrow{PQ} = m\overrightarrow{RS}$

$\overrightarrow{PQ}$  ও  $\overrightarrow{RS}$  সমমুখী হবে যখন  $m > 0$ ;  $\overrightarrow{PQ}$  ও  $\overrightarrow{RS}$  বিপরীতমুখী হবে যখন  $m < 0$ ।

05. **সমাধান: (b);** 

$$\therefore \underline{c} = \frac{2b+3a}{5} \text{ [অন্তর্বিভক্তি]}$$



06. **সমাধান: (b);**

এখানে  $\Delta PQR$  এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি অনুযায়ী,

$$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$$

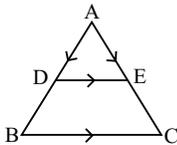
$$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{QR} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = -\overrightarrow{RP} + \overrightarrow{RQ}$$

$$\therefore \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RQ} - \overrightarrow{RP}$$

07. **সমাধান: (a);**  $\overrightarrow{AB} = B$  বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $-A$  বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর

$$= 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b} - 9\mathbf{a} + 4\mathbf{b} = -5\mathbf{a} + 2\mathbf{b} = 2\mathbf{b} - 5\mathbf{a}$$

08. **সমাধান: (b);**



প্রশ্নানুসারে,  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  এবং  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  [যেহেতু D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু]  
 $\Delta ADE$  এ  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

09. **সমাধান: (b);**  $\overrightarrow{AB} = B - A$   
 $= (\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) - (2\mathbf{a} - \mathbf{b})$   
 $= \mathbf{a} - 2\mathbf{b} - 2\mathbf{a} + \mathbf{b} = -\mathbf{a} - \mathbf{b}$

12. **সমাধান: (d);**  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}|$   
 $= \frac{1}{2}|5 - 7| = \frac{1}{2}|-2| = 1 \text{ cm}$

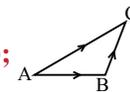
13. **সমাধান: (d);** D, PQ এর মধ্যবিন্দু এবং  $QR \parallel DE$  বলে E, PR এর মধ্যবিন্দু হবে।

$$\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PE} - 2\overrightarrow{PD}$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{PE} - \overrightarrow{PD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PQ}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{QR}$$

14. **সমাধান: (c);**  $(5p - 3q)$  এর বিপরীত ভেক্টর  
 $= -(5p - 3q) = -5p + 3q = 3q - 5q$

15. **সমাধান: (c);**  $|\overrightarrow{AB}| = x \therefore |3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BA}| + 2$   
 $= |3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AB}| + 2 = |\overrightarrow{AB}| + 2 = x + 2$

16. **সমাধান: (b);**  যোগের সূত্রানুসারে

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$$

17. **সমাধান: (a);**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b}$

21. **সমাধান: (d);** (i)  $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG}$

$$(ii) \overrightarrow{HG} - \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{EG}$$

$$(iii) \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EH} = 2\overrightarrow{EH}$$

$$(iv) \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{EF} = 0$$

22. **সমাধান: (a);**  $\overrightarrow{QR} = 2\overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$

$$\text{এখানে, } \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN} \text{ বা, } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$$

23. **সমাধান: (d);** (i)  $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EG}$ ; সঠিক

$$(ii) \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EG}; \text{ সঠিক}$$

$$(iii) \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{EF} \Rightarrow -\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{EF}$$

$$\therefore \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{EF}; \text{ সঠিক}$$

24. **সমাধান: (a);**  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \Rightarrow -\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$   
 $\Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = 0$

25. **সমাধান: (b);**  $-3\mathbf{a} + 2\mathbf{b} = -(3\mathbf{a} - 2\mathbf{b})$

27. **সমাধান: (a);**  $\underline{c} = \frac{11\mathbf{a}+5\mathbf{b}}{5+11} = \frac{5\mathbf{b}+11\mathbf{a}}{16}$

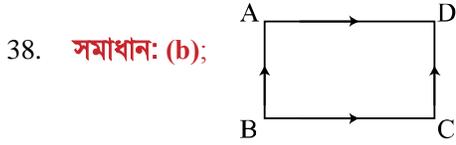
29. **সমাধান: (d);**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$

30. **সমাধান: (b);**  $\underline{c} = \frac{1\mathbf{a}+1\mathbf{b}}{1+1} = \frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}}{2} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$



33. **সমাধান: (c);**  $\overline{PQ} = \overline{OQ} - \overline{OP}$   
 $= -3\mathbf{a} - \mathbf{b} - 9\mathbf{a} + 4\mathbf{b} = -12\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$

35. **সমাধান: (d);**  $\overline{OC} = \frac{1 \times \mathbf{a} + 2 \times \mathbf{b}}{2+1} = \frac{\mathbf{a} + 2\mathbf{b}}{3}$



42. **সমাধান: (c);**  $\overline{BA} + \overline{AD} = \overline{BD}$   
 $\Rightarrow -\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BD}$   
 $\therefore \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB}$



বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্র্যাক্টিস প্রবলেমের সমাধান

48. **সমাধান: (d);** যে সকল রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশের জন্য শুধু মানের প্রয়োজন হয় তাকে স্কেলার রাশি বলে। তাই, আয়তন একটি স্কেলার রাশি।

49. **সমাধান: (a);**  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  এর সমান ভেক্টর হবে যদি  $|\mathbf{u}| = |\mathbf{v}|$ ।  $\mathbf{u}$  ও  $\mathbf{v}$  এর ধারক অভিন্ন অথবা সমান্তরাল এবং  $\mathbf{u}$  এর দিক  $\mathbf{v}$  এর দিকের সঙ্গে একইমুখী হয়।

50. **সমাধান: (c);**  $|\overline{5AB} + 4\overline{BA}| + 6$   
 $= |\overline{5AB} - 4\overline{AB}| + 6 = |\overline{AB}| + 6 = y + 6$

### CQ প্রশ্ন ও সমাধান



বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ CQ প্রশ্নসমূহ

01.  $\Delta PQR$  এর QR, RP ও PQ বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, S, T

[ঢা.বো.'২৪]

(a)  $\overline{PQ}$  ভেক্টরকে  $\overline{QS}$  ও  $\overline{RT}$  ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

2

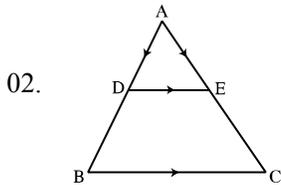
(b) QRST ট্র্যাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু U ও V হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $UV \parallel TS \parallel QR$  এবং

$$UV = \frac{1}{2}(QR - TS)$$

4

(c) প্রমাণ কর যে,  $\overline{PD} + \overline{QS} + \overline{RT} = 0$

4



[চ.বো.'২৪]

চিত্রে  $DE \parallel BC$  এবং D, AB এর মধ্যবিন্দু।

(b) ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, AC এর মধ্যবিন্দু E.

4

(c) BD ও CE এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $PQ \parallel DE \parallel BC$  এবং  $PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$ .

4

03. PQRS একটি চতুর্ভুজ এবং PR ও QS দুটি কর্ণ।

[ব.বো.'২৪]

(c) ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত চতুর্ভুজের সম্মিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাসমূহ একটি সামান্তরিক উৎপন্ন করে।

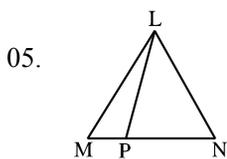
4

04. ABCD সামান্তরিক AC ও BD কর্ণ।

[য.বো.'২৪]

(c) ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, AC এবং BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

4



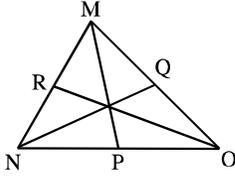
[দি.বো.'২৪]

(c) Q ও R বিন্দু যথাক্রমে LM ও LN এর মধ্যবিন্দু হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $MN \parallel QR$  এবং  $QR = \frac{1}{2}MN$

4



06.



P, Q, R যথাক্রমে NO, MO, MN এর মধ্যবিন্দু।

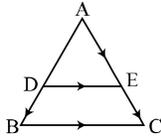
(a) M, N এবং O এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  এবং  $\underline{c}$  হলে, দেখাও যে,  $RQ = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$ . 2

(c) ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত NO এর সমান্তরাল সরলরেখা Q বিন্দুগামী হবে। 4



বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ CQ প্র্যাক্টিস প্রবলেম

07.



$\Delta ABC$  এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

(a)  $(\overline{AD} + \overline{DE})$  কে  $\overline{AC}$  ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। 2

(b) ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $DE \parallel BC$  এবং  $DE = \frac{1}{2}BC$ . 4

(c) A ও B এর অবস্থান ভেক্টর  $\underline{a}$  ও  $\underline{b}$  এবং AB রেখাংশ C বিন্দুতে m:n অনুপাতে বহির্বিভক্ত হলে C এর অবস্থান ভেক্টর  $\underline{c}$  হলে দেখাও যে,  $\underline{c} = \frac{na - mb}{n - m}$ . 4

CQ প্রশ্নের সমাধান



বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ CQ প্রশ্নসমূহের সমাধান

01. (a) দেওয়া আছে,  $\Delta PQR$  এর PQ, QR, PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে T, D, S। P, D; R, T; Q, S যোগ করি।  $\overline{PQ}$  ভেক্টরকে  $\overline{QS}$  ও  $\overline{RT}$  ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে।

$$\Delta PQS\text{-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, } \overline{PQ} + \overline{QS} = \overline{PS}$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} + \overline{QS} = \frac{1}{2}\overline{PR} \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \Delta PRT\text{-এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, } \overline{PR} + \overline{RT} = \overline{PT} \Rightarrow \overline{PR} = \overline{PT} - \overline{RT}$$

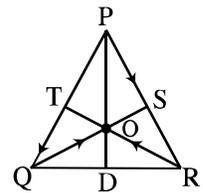
$$\Rightarrow \overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{PQ} - \overline{RT} \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } \overline{PQ} + \overline{QS} = \frac{1}{2}\overline{PR} \Rightarrow \overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{PR} - \overline{QS}$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\overline{PQ} - \overline{RT}\right] - \overline{QS} \Rightarrow \overline{PQ} = \frac{1}{4}\overline{PQ} - \frac{1}{2}\overline{RT} - \overline{QS}$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} - \frac{1}{4}\overline{PQ} = \frac{-1}{2}\overline{RT} - \overline{QS} \Rightarrow \frac{3}{4}\overline{PQ} = -\frac{1}{2}[\overline{RT} + 2\overline{QS}]$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} = \frac{-2}{3}[\overline{RT} + 2\overline{QS}] \text{ (Ans.)}$$



(b) দেওয়া আছে, QRST ট্র্যাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে U ও V হলে, R, T ও Q, S যোগ করি। QS ও RT এর মধ্যবিন্দু U, V নির্ণয় করি এবং যোগ করি। মনে করি, কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে Q, R, S, T এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে b, c, e, d

$$\therefore \overrightarrow{TS} = S \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} - T \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} = e - d$$

$$\text{এবং } \overrightarrow{QR} = R \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} - Q \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} = c - b$$

$$\therefore U \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} = \frac{1}{2}(b + e) [\because U, QS \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore V \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} = \frac{1}{2}(c + d) [\because V, TR \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore \overrightarrow{UV} = V \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} - U \text{ এর অবস্থান ভেক্টর}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}(c + d) - \frac{1}{2}(b + e) \Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}(c + d - b - e)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}\{(c - b) - (e - d)\} \Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}\{\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{TS}\}$$

এখানে,  $\overrightarrow{UV}$ ,  $(QR - TS)$  এর সংখ্যাগুণিতক।

$\therefore (QR - TS), UV$  ভেক্টরের সমান্তরাল।

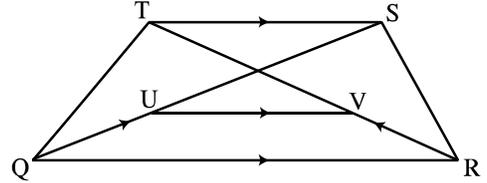
যেহেতু,  $\overrightarrow{QR}$  ও  $\overrightarrow{TS}$  ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

সুতরাং  $UV \parallel QR \parallel TS$

$$\text{আবার, } \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{TS}) \Rightarrow |\overrightarrow{UV}| = \frac{1}{2}(|\overrightarrow{QR}| - |\overrightarrow{TS}|)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{TS})$$

$$\therefore UV \parallel QR \parallel TS \text{ এবং } UV = \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{TS})$$



(c)  $\Delta PQR$  এর QR, RP ও PQ বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, S, T প্রমাণ করতে হবে যে,  $\overrightarrow{PD} + \overrightarrow{QS} + \overrightarrow{RT} = \underline{0}$

অঙ্কন: P, D; Q, S এবং R, T যোগ করি।

প্রমাণ:  $\Delta PDQ$  এ  $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QD} = \overrightarrow{PD}$  [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি]

$$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PD} \dots \dots \dots (i) [\because D, QR \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

আবার,  $\Delta PRT$  এ  $\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RT} = \overrightarrow{PT}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{RT} = -\overrightarrow{PR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} \dots \dots \dots (ii) [\because T, PQ \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

আবার,  $\Delta PQS$  এর  $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PS} \Rightarrow \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PS} - \overrightarrow{PQ}$

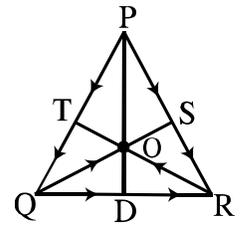
$$\Rightarrow \overrightarrow{QS} = -\overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} \dots \dots \dots (iii) [\because S, PR \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$(i) + (ii) + (iii) \Rightarrow \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{PR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PR}$$

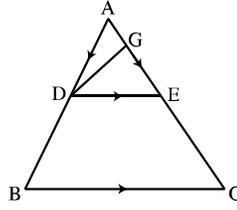
$$= (\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{PQ}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{QR} - \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = 0 + \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} + \overrightarrow{PQ}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{PR}$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} - \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} [\because \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}]$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PR}) = \underline{0} \text{ (Proved)}$$



02. (b)



মনে করি, ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু D দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল করে অঙ্কিত রেখা, AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, E, AC এর মধ্যবিন্দু।

**প্রমাণ:** মনে করি, E নয় বরং G, AC এর মধ্যবিন্দু।

এখানে,  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  [ $\because$  D, AB এর মধ্যবিন্দু]

এবং  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  [ $\because$  ধরে নিয়েছি G, AC এর মধ্যবিন্দু]

$\Delta ABC$  এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \dots \dots (i)$

$\Delta ADG$  এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AD}$

$\Rightarrow \overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  [যেহেতু  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  এবং  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ]

$\Rightarrow \overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Rightarrow \overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  [i নং হতে প্রাপ্ত]

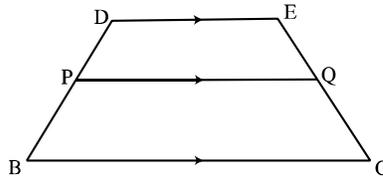
অর্থাৎ,  $DG \parallel BC$  কিন্তু দেওয়া আছে,  $DE \parallel BC$

তাহলে, DE এবং DG রেখাদ্বয় উভয়ই D বিন্দু দিয়ে যায় এবং BC এর সমান্তরাল।

অতএব, DE ও DG অবশ্যই সমাপতিত হবে। অর্থাৎ, G বিন্দু E বিন্দুর উপর সমাপতিত হবে।

সুতরাং E এবং G একই বিন্দু হবে। অর্থাৎ, E, AC এর মধ্যবিন্দু। **[প্রমাণিত]**

(c) দেওয়া আছে, DEBC চতুর্ভুজের DB ও EC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে,  $PQ \parallel DE \parallel BC$  এবং  $PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$



**প্রমাণ:** মনে করি, মূলবিন্দুর সাপেক্ষে D, E, C, B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে, a, b, c ও d

$\therefore \overrightarrow{DE} = b - a$  এবং  $\overrightarrow{BC} = c - d$

P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর =  $\frac{D \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} + B \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর}}{2} = \frac{1}{2}(a + d)$  [ $\because$  P, DB এর মধ্যবিন্দু]

Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর =  $\frac{E \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} + C \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর}}{2} = \frac{1}{2}(b + c)$  [ $\because$  Q, CE এর মধ্যবিন্দু]

এখানে,  $\overrightarrow{PQ} = Q \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} - P \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর}$

$= \frac{1}{2}(b + c) - \frac{1}{2}(a + d) = \frac{1}{2}(b + c - a - d) = \frac{1}{2}\{(b - a) + (c - d)\} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BC})$

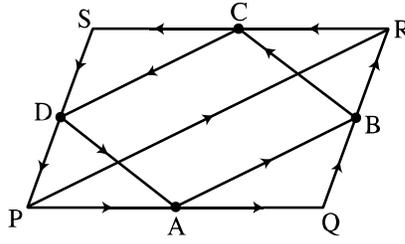
$\therefore \overrightarrow{PQ}, (\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BC})$  এর সংখ্যাগুণিতক। সুতরাং  $\overrightarrow{PQ}, (\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BC})$  এর সমান্তরাল।

কিন্তু  $\overrightarrow{DE}$  ও  $\overrightarrow{BC}$  ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

$\therefore PQ \parallel DE \parallel BC$  এবং  $|\overrightarrow{PQ}| = \frac{1}{2}(|\overrightarrow{BC}| + |\overrightarrow{DE}|)$

$\therefore PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$  **[প্রমাণিত]**

03. (c) দেওয়া আছে, PQRS একটি চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু A, B, C, D।



প্রমাণ: মনে করি,  $\overrightarrow{PQ} = a$ ,  $\overrightarrow{QR} = b$ ,  $\overrightarrow{RS} = c$ ,  $\overrightarrow{SP} = d$

তাহলে,  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{QB}$  [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি]

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{QR} = \frac{1}{2}(a + b)$$

অনুরূপভাবে,  $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(b + c)$ ,  $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}(c + d)$  এবং  $\overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}(d + a)$

এখানে,  $\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = a + b$

আবার,  $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SP} = c + d$

অর্থাৎ  $(a + b) + (c + d) = \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RP}$  [ভেক্টর যোগের বিধি]

$$\Rightarrow (a + b) + (c + d) = \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PR} \Rightarrow (a + b) + (c + d) = 0$$

অর্থাৎ,  $(a + b) = -(c + d) \Rightarrow \frac{1}{2}(a + b) = -\frac{1}{2}(c + d)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$
 [বিপরীত ভেক্টর বিধি]

দুইটি ভেক্টর পরস্পর সমান হলে, ভেক্টরদ্বয় হয় সমান্তরাল হবে অথবা একই ধারক রেখায় অবস্থিত হবে।

কিন্তু  $\overrightarrow{AB}$  ও  $\overrightarrow{DC}$  একই ধারক রেখায় অবস্থিত নয়।

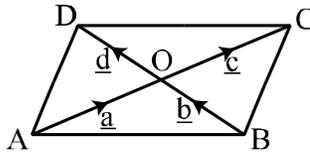
সুতরাং  $\overrightarrow{AB}$  ও  $\overrightarrow{DC}$  ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

$$\therefore \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DC} \text{ এবং } |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}| \Rightarrow AB = DC$$

অনুরূপভাবে, AD ও BC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

অতএব PQRS একটি সমান্তরিক।

04. (c)



ধরি, AC ও BD কর্ণদ্বয় ABCD সামান্তরিককে O বিন্দুতে ছেদ করে।

মনে করি,  $\overrightarrow{AO} = a$ ,  $\overrightarrow{BO} = b$ ,  $\overrightarrow{OC} = c$ ,  $\overrightarrow{OD} = d$

প্রমাণ করতে হবে,  $|a| = |c|$ ,  $|b| = |d|$

এখানে,  $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}$  এবং  $\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BC}$

সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো সমান এবং সমান্তরাল, তাই  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

অর্থাৎ,  $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC}$  অথবা,  $a + d = b + c$  অথবা,  $a - c = b - d$

এখানে,  $a$  আর  $c$  মিলে হয় AC,  $b$  আর  $d$  মিলে হয় BD

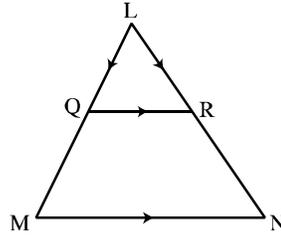
যদি  $a - c$  আর  $b - d$  দুইটি সমান এবং অশূন্য ভেক্টর হয়, তাহলে তাদের ধারকরেখা হবে একই অথবা সমান্তরাল। কিন্তু

AC এবং BD দুইটি ছেদকারী রেখা যা পরস্পর সমান্তরাল না। অতএব,  $a - c$  এবং  $b - d$  শূন্য ভেক্টর।

$$\therefore a - c = 0 \text{ অথবা, } a = c \text{ এবং } b - d = 0 \text{ অথবা, } b = d \therefore |a| = |c|, |b| = |d|$$

সুতরাং, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

05. (c)



মনে করি,  $\Delta LMN$  ত্রিভুজের  $LM$  ও  $LN$  বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে  $Q$  ও  $R$ ।  $Q, R$  যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $MN \parallel QR$  এবং  $QR = \frac{1}{2}MN$

প্রমাণ: ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,  $\vec{LR} - \vec{LQ} = \vec{QR} \dots \dots \dots (i)$

এবং  $\vec{LN} - \vec{LM} = \vec{MN}$

কিন্তু  $\vec{LN} = 2\vec{LR}$ ;  $\vec{LM} = 2\vec{LQ}$  [ $\because Q$  এবং  $R$  বিন্দু যথাক্রমে  $LM$  ও  $LN$  এর মধ্যবিন্দু।]

$\vec{LN} - \vec{LM} = \vec{MN}$  থেকে পাই,  $2\vec{LR} - 2\vec{LQ} = \vec{MN}$

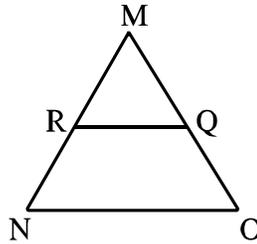
অর্থাৎ,  $2(\vec{LR} - \vec{LQ}) = \vec{MN} \Rightarrow 2\vec{QR} = \vec{MN} \Rightarrow \vec{QR} = \frac{1}{2}\vec{MN}$  [(i) হতে]

এবং  $|\vec{QR}| = \frac{1}{2}|\vec{MN}| \Rightarrow QR = \frac{1}{2}MN$

সুতরাং,  $\vec{QR}$  ও  $\vec{MN}$  ভেক্টরদ্বয়ের ধারকরেখা একই বা সমান্তরাল। কিন্তু এখানে ধারক রেখা এক নয়। সুতরাং  $\vec{QR}$  ও  $\vec{LM}$  ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখাদ্বয় অর্থাৎ,  $QR$  ও  $MN$  সমান্তরাল।

$\therefore MN \parallel QR$  এবং  $QR = \frac{1}{2}MN$  (প্রমাণিত)

06. (a)



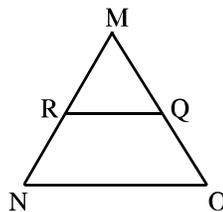
দেওয়া আছে,  $M, N, O$  এর অবস্থান ভেক্টর  $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ । প্রমাণ করতে হবে যে,  $RQ = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$

প্রমাণ:  $R$  বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$  [ $\because R, MN$  এর মধ্যবিন্দু]

$Q$  বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর  $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c})$  [ $\because Q, MO$  এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore RQ = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b}) = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c} - \underline{a} - \underline{b}) = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$  [দেখানো হলো]

(c)



দেওয়া আছে,  $MN$  ও  $OM$  এর মধ্যবিন্দু  $R$  এবং  $Q$ ।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $R$  বিন্দু দিয়ে  $ON$  এর সমান্তরাল রেখা আঁকলে তা  $Q$  বিন্দু দিয়ে যায় অর্থাৎ,  $RQ \parallel ON$

ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,  $\overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{RQ} \dots \dots \dots (i)$

এবং  $\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NO}$

কিন্তু  $\overrightarrow{MO} = 2\overrightarrow{MQ}$ ,  $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MR}$  [ R এবং Q বিন্দু যথাক্রমে MN ও MO এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NO}$  থেকে পাই

$2\overrightarrow{MQ} - 2\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{NO}$ , অর্থাৎ  $2(\overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{MR}) = \overrightarrow{NO}$

$\therefore 2\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{NO}$  [(i) নং হতে পাই]

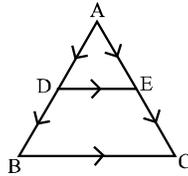
$\therefore \overrightarrow{RQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{NO}$  এবং  $|\overrightarrow{RQ}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{NO}|$  বা,  $RQ = \frac{1}{2} NO$

সুতরাং  $\overrightarrow{RQ}$  ও  $\overrightarrow{NO}$  ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল। কিন্তু এখানে ধারক রেখা এক নয়। সুতরাং  $\overrightarrow{RQ}$  ও  $\overrightarrow{NO}$  ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখাদ্বয় অর্থাৎ RQ এবং NO সমান্তরাল।

অর্থাৎ, R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত ON এর সমান্তরাল সরলরেখা অবশ্যই Q বিন্দুগামী হবে। (প্রমাণিত)

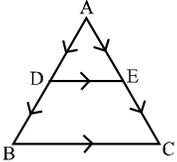
**বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ CQ প্র্যাক্টিস প্রবলেমের সমাধান**

07. (a)



ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  [ $\because$  E, AC এর মধ্যবিন্দু]  $\therefore (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ।

(b)



প্রমাণ: ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,  $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DE} \dots \dots \dots (i)$

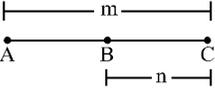
এবং  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$  কিন্তু  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AE}$ ,  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AD}$

এখন,  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow 2\overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow 2(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{BC} \Rightarrow 2\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$

$\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ;  $|\overrightarrow{DE}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$  বা,  $DE = \frac{1}{2}BC$ , যেহেতু,  $\overrightarrow{DE}$  ও  $\overrightarrow{BC}$  এর ধারকরেখা এক নয়।

$\therefore \overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$  (Proved)

(c)



প্রমাণ: দেওয়া আছে,  $AC : BC = m : n \Rightarrow n.AC = m.BC$

$\Rightarrow n(c - a) = m(c - b) \Rightarrow nc - na = mc - mb$

$\Rightarrow mb - na = mc - nc \Rightarrow c(m - n) = mb - na \therefore c = \frac{mb - na}{m - n} = \frac{-(na - mb)}{-(n - m)} = \frac{na - mb}{n - m}$

$\therefore c = \frac{na - mb}{n - m}$  (প্রমাণিত)