

অধ্যায় ১২

সমতলীয় ভেক্টর

এই অধ্যায়ের বিগত বছরসমূহের বোর্ড প্রশ্নের বিশ্লেষণ:

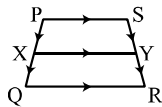
বোর্ড	২০২৪				২০২২				২০২১				২০২০				২০১৯				২০১৮				২০১৭			
	CQ			M C	CQ			M C	CQ			M C	CQ			M C	CQ			M C	CQ			M C				
	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q	a	b	c	Q				
ঢাকা	1	1	1	1									1	1	1			1	2	1	1	1	1				2	
রাজশাহী			1	1									1	1	1	2		1		2	1	1	1	1			1	2
চট্টগ্রাম		1	1	1									1		1			1	1	1	1	1	1	1				2
কুমিল্লা			1	1								1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1				1	
যশোর			1	1								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				1	
বরিশাল			1									1	1	1	2		1	1	1	1	1	1	1				2	
সিলেট				1								1	1				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	
দিনাজপুর			1	1								1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1				1
ময়মনসিংহ			1	1								1	2															

[বি.দ্র: ২০২৩ সালে এই অধ্যায় শর্ট সিলেবাসে ছিল না]

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নসমূহ

01. P ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $5\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ এবং $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ হলে \overline{PQ} = কত? [ঢা.বো.'২৪]
- (a) $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ (b) $-3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$
(c) $7\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ (d) $7\mathbf{a} + 4\mathbf{b}$
02. চিত্রে X ও Y যথাক্রমে PQ ও SR এর মধ্যবিন্দু যেখানে $PS \parallel QR$ এবং $PS = 6 \text{ cm}$, $QR = 10 \text{ cm}$ হলে, XY এর মান কত? [রা.বো.'২৪]



- (a) 16 cm (b) 8 cm (c) 4 cm (d) 2 cm

03. $\triangle DEF$ এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [চ.বো.'২৪]

- (a) $\overline{DE} + \overline{EF} = \overline{FD}$ (b) $\overline{DE} + \overline{DF} = \overline{EF}$
(c) $\overline{FE} + \overline{ED} + \overline{FD} = 0$ (d) $\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = 0$

04. $\overline{PQ} = m \overline{RS}$ হলে- [সি.বো.'২৪]

- (i) $PQ \parallel RS$
(ii) \overline{PQ} ও \overline{RS} সমমুখী হবে যখন $m > 0$
(iii) \overline{PQ} ও \overline{RS} বিপরীতমুখী হবে যখন $m < 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii
(c) ii, iii (d) i, ii, iii

উত্তরমালা

01. b

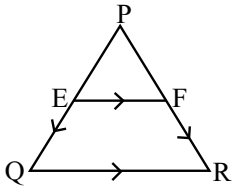
02. b

03. d

04. d

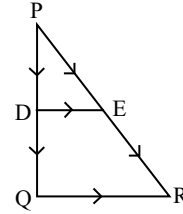


05. A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} এবং AB রেখাংশকে C বিন্দুটি 2:3 ভাগে অন্তঃবিভক্ত করলে $\underline{c} =$ কত? [য.বো.'২৪]
- (a) $\frac{3\underline{b}+2\underline{a}}{5}$ (b) $\frac{2\underline{b}+3\underline{a}}{5}$
 (c) $3\underline{b} - 2\underline{a}$ (d) $2\underline{b} - 3\underline{a}$
06. PQR একটি ত্রিভুজ হলে, নিচের কোনটি ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজ বিধি নির্দেশ করে? [দি.বো.'২৪]
- (a) $\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{RP} - \overrightarrow{PQ}$ (b) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RQ} - \overrightarrow{RP}$
 (c) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QR} - \overrightarrow{PR}$ (d) $\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{QP} - \overrightarrow{RP}$
07. মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $9\underline{a} - 4\underline{b}$ এবং $4\underline{a} - 2\underline{b}$ হলে, $\overline{AB} =$ কত? [ম.বো.'২৪]
- (a) $2\underline{b} - 5\underline{a}$ (b) $5\underline{a} - 2\underline{b}$
 (c) $10\underline{a} - 5\underline{b}$ (d) $10\underline{b} - 5\underline{a}$
08. $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে $\overline{AD} + \overline{DE} = ?$ [ঢা.বো.'২০]
- (a) $\frac{1}{2}\overline{BC}$ (b) $\frac{1}{2}\overline{AC}$ (c) $\frac{1}{2}\overline{AB}$ (d) $\frac{1}{2}\overline{BE}$
09. মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $2\underline{a} - \underline{b}$ এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\underline{a} - 2\underline{b}$ হলে, $\overline{AB} =$ কত? [রা.বো.'২০]
- (a) $\underline{a} - \underline{b}$ (b) $-\underline{a} - \underline{b}$
 (c) $\underline{a} + \underline{b}$ (d) $\underline{a} - 2\underline{b}$



10. $\triangle PQR$ এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে E ও F হলে— [রা.বো., ব.বো.'২০; দি.বো.'১৯]
- (i) $EF \parallel QR$
 (ii) $EF = \frac{1}{2}QR$
 (iii) $\overline{PF} = \overline{PE} + \overline{EF}$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

11. PQRS ট্রাপিজিয়ামে \overline{PS} ও \overline{QR} এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে C ও D হলে $\overline{CD} =$ কত? [ব.বো.'২০]
- (a) $\frac{1}{2}(\overline{PQ} - \overline{SR})$ (b) $(\overline{PQ} - \overline{SR})$
 (c) $\frac{1}{2}(\overline{PQ} + \overline{SR})$ (d) $(\overline{PQ} + \overline{SR})$
12. চিত্রে P ও Q যথাক্রমে BD ও AC এর মধ্যবিন্দু, যেখানে $AB \parallel CD$ এবং $AB = 5 \text{ cm}$, $CD = 7 \text{ cm}$ তাহলে PQ এর মান কত? [য.বো.'২০]
- (a) 6 cm (b) 4 cm (c) 2 cm (d) 1 cm
13. নিচের চিত্রটি লক্ষ কর:

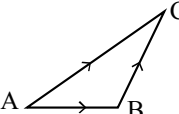


- PQ এর মধ্যবিন্দু D এবং $QR \parallel DE$ হলে— [দি.বো.'২০]
- (i) $\overline{QR} = 2(\overline{PE} - \overline{PD})$ (ii) $\overline{PR} = 2\overline{PE}$
 (iii) $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{QR}$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii
14. $(5\underline{p} - 3\underline{q})$ এর বিপরীত ভেক্টর কোনটি? [দি.বো.'২০]
- (a) $\frac{1}{5\underline{p}-3\underline{q}}$ (b) $\frac{1}{3\underline{q}-5\underline{p}}$
 (c) $3\underline{q} - 5\underline{p}$ (d) $5\underline{q} - 3\underline{p}$
15. $|\overline{AB}| = x$ হলে, $|3\overline{AB} + 2\overline{BA}| + 2$ এর মান কত? [ম.বো.'২০]
- (a) x (b) 5x (c) x + 2 (d) 5x + 2

উত্তরমালা

05. b	06. b	07. a	08. b	09. b	10. d	11. c	12. d	13. d	14. c	15. c
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

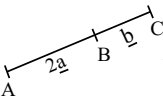


16.  ΔABC এর ক্ষেত্রে— [জ.বো.'১৯]

- (i) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
 (ii) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$
 (iii) $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC}$

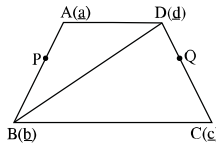
নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

17.  চিত্রে $\vec{AC} =$ কত? [জ.বো.'১৯]

- (a) $2a + b$ (b) $2a - b$
 (c) $b - 2a$ (d) $-b - 2a$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



P, Q যথাক্রমে \vec{AB} ও \vec{DC} এর মধ্যবিন্দু।

18. P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কোনটি? [রা.বো.'১৯]
- (a) $\frac{a+b-c}{2}$ (b) $\frac{b-a}{2}$
 (c) $\frac{a-b}{2}$ (d) $\frac{a+b}{2}$

19. \vec{PQ} এর ক্ষেত্রে— [রা.বো.'১৯]
- (i) $PQ \parallel BC \parallel AD$
 (ii) $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} - \vec{AD})$
 (iii) $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

20. $\vec{MN} = b\vec{TS}$ হলে— [চ.বো.'১৯]

- (i) $MN \parallel TS$
 (ii) MN ও TS এর দৈর্ঘ্য অসমান, যখন $b \neq 1$
 (iii) \vec{MN} ও \vec{TS} এর দিক বিপরীত, যখন $b < 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

21.  [সি.বো.'১৯]

উপরের চিত্রের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) $\vec{EF} + \vec{FG} = \vec{GE}$
 (b) $\vec{HG} - \vec{HE} = \vec{GE}$
 (c) $\vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GH} + \vec{EH} = \vec{0}$
 (d) $\vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GH} + \vec{HE} = \vec{0}$

22.  [ব.বো., কু.বো.'১৯]

যদি ΔPQR -এ PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) $\vec{QR} = 2(\vec{PN} - \vec{PM})$ (b) $\vec{QR} = 2(\vec{PM} - \vec{PN})$
 (c) $\vec{QR} = 2(\vec{PN} + \vec{PM})$ (d) $\vec{QR} = 2(\vec{PQ} + \vec{PR})$

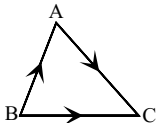
23.  [য.বো.'১৯]

DEFG সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ DF এবং EG হলে—

- (i) $\vec{EO} = \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{EG}$
 (ii) $\vec{DG} = \frac{1}{2}\vec{DF} + \frac{1}{2}\vec{EG}$
 (iii) $\vec{OF} - \vec{OE} = \vec{EF}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

24.  ΔABC এ- [সকল বোর্ড'১৮]

- (i) $\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC}$
 (ii) $\vec{AC} + \vec{BA} + \vec{CB} = \vec{0}$
 (iii) $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{BC}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

উত্তরমালা

16. b	17. a	18. d	19. b	20. d	21. d	22. a	23. d	24. a
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------



25. ভেক্টর $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ এর সমান্তরাল ভেক্টর কোনটি?

[ঢা.বো.'১৭]

- (a) $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ (b) $-3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$
(c) $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ (d) $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$

26. যে কোনো \mathbf{a} , \mathbf{b} , ও \mathbf{c} ভেক্টরের জন্য-

[রা.বো.'১৭]

- (i) $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$, ভেক্টর যোগের বিনিময় বিধি
(ii) $m(\mathbf{b} + \mathbf{c}) = m\mathbf{b} + m\mathbf{c}$, ভেক্টর বণ্টন বিধি
(iii) $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$, ভেক্টর যোগের সংযোগ বিধি

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

27. A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} এবং C, AB কে, 5:11 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে $\mathbf{c} = ?$

[চ.বো.'১৭]

- (a) $\frac{5\mathbf{b}+11\mathbf{a}}{16}$ (b) $\frac{11\mathbf{b}+5\mathbf{a}}{16}$
(c) $\frac{5\mathbf{b}-11\mathbf{a}}{16}$ (d) $\frac{11\mathbf{b}-5\mathbf{a}}{16}$

28. যদি $PQ \parallel RS$ হয়, তাহলে-

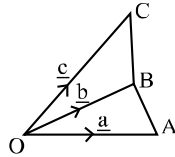
[চ.বো.'১৭]

- (i) $\overrightarrow{PQ} = n\overrightarrow{RS}$; যেখানে n হল অদিক রাশি
(ii) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RS}$
(iii) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i (b) ii (c) i, ii (d) i, iii

নিচের চিত্রের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



29. $\overrightarrow{AB} =$ কত?

[সি.বো.'১৭, ১৬; দি.বো., কু.বো.'১৬; ব.বো.'১৫]

- (a) $\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$ (b) $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$
(c) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ (d) $\mathbf{b} - \mathbf{a}$

30. যদি C বিন্দুটি AB এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক?

[সি.বো.'১৭; ব.বো.'১৫]

- (a) $\mathbf{c} = \frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$ (b) $\mathbf{c} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$
(c) $\mathbf{c} = \frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$ (d) $\mathbf{c} = -\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$

31. AB রেখাংশ C বিন্দুতে m:n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে, [A, B, ও C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c}].

[ঢা.বো.'১৬]

- (a) $\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{a}+m\mathbf{b}}{m+n}$ (b) $\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{a}-m\mathbf{b}}{m+n}$
(c) $\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{a}+m\mathbf{b}}{m-n}$ (d) $\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{a}+m\mathbf{b}}{m+n}$

32. \mathbf{V} কে \mathbf{U} এর বিপরীত ভেক্টর বলা হয়, যদি-

(i) $|\mathbf{V}| = |\mathbf{U}|$ [চ.বো.'১৬]

(ii) \mathbf{V} এর ধারক রেখা \mathbf{U} এর ধারক রেখার সঙ্গে অভিন্ন বা সমান্তরাল

(iii) \mathbf{V} এর দিকে \mathbf{U} এর দিকের বিপরীত হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

33. মূলবিন্দুর সাপেক্ষে P ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $9\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ এবং $-3\mathbf{a} - \mathbf{b}$ হলে $\overrightarrow{PQ} =$ কত?

[ব.বো.'১৬]

- (a) $6\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$ (b) $12\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$
(c) $-12\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ (d) $\frac{9\mathbf{a}-4\mathbf{b}}{-3\mathbf{a}-\mathbf{b}}$

34. শূন্য ভেক্টরের ক্ষেত্রে-

[কু.বো.'১৬]

- (i) পরমমান শূন্য (ii) ধারকরেখা নেই
(iii) দিক নির্ণয় করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

35. যদি O মূল বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর \mathbf{a} এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর \mathbf{b} হয় এবং C বিন্দুটি AB রেখাংশকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে, তবে \overrightarrow{OC} হবে নিচের কোনটি?

[ঢা.বো.'১৫]

- (a) $\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ (b) $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$
(c) $\frac{2\mathbf{a}+\mathbf{b}}{3}$ (d) $\frac{\mathbf{a}+2\mathbf{b}}{3}$

36. _____ ভেক্টরের কোনো নির্দিষ্ট দিক এবং ধারকরেখা নেই।

[রা.বো.'১৫]

- (a) একক (b) শূন্য (c) সমান (d) অবস্থান

37. যেকোনো ভেক্টর \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} এর জন্য- $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ হলে, এটা ভেক্টর যোগের-

[রা.বো., য.বো., দি.বো.'১৫]

- (a) বিনিময় বিধি (b) সংযোগ বিধি
(c) সামান্তরিক বিধি (d) ত্রিভুজ বিধি

উত্তরমালা

25. b

26. d

27. a

28. a

29. d

30. b

31. a

32. d

33. c

34. a

35. d

36. b

37. b



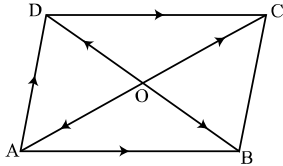
38. ABCD আয়তক্ষেত্রে— [স.বো. '১৫]
- (i) $\overline{AB} = \overline{DC}$ (ii) $\overline{AC} = \overline{BD}$
 (iii) $\overline{AD} = \overline{BC}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii



বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্র্যাক্টিস প্রবলেম

39. $AB \parallel DC$ হলে
- (i) $\overline{AB} = m \cdot \overline{DC}$ যেখানে m একটি স্কেলার রাশি
 (ii) $\overline{AB} = \overline{DC}$
 (iii) $\overline{AB} = \overline{CD}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i (b) ii (c) i, ii (d) i, ii, iii
40. দুইটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে-
- (i) এদের যোগের ক্ষেত্রে সামান্তরিক বিধি প্রযোজ্য
 (ii) এদের যোগের ক্ষেত্রে ত্রিভুজ বিধি প্রযোজ্য
 (iii) এদের দৈর্ঘ্য সর্বদা সমান
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i (b) ii (c) i, ii (d) i, ii, iii

41. \underline{x} ও \underline{y} এর বিপরীত ভেক্টর হলে -
- (i) \underline{x} এর দিক, \underline{y} এর বিপরীত দিক
 (ii) $|\underline{x}| = |\underline{y}|$
 (iii) \underline{x} ও \underline{y} এর ধারক রেখাদ্বয় সমান্তরাল
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii
- নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

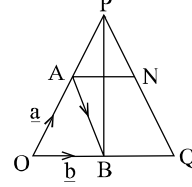


চিত্রে ABCD একটি সামান্তরিক। AC ও BD তার দুইটি কর্ণ।

42. $\overline{BD} = ?$
- (a) $\overline{AD} + \overline{AB}$ (b) $\overline{AB} - \overline{AD}$
 (c) $\overline{AD} - \overline{AB}$ (d) $\frac{1}{2}(\overline{AC} - \overline{BD})$

43. $\overline{AD} = ?$
- (a) $\frac{1}{2} \overline{AC} - \frac{1}{2} \overline{BD}$ (b) $\frac{1}{2} \overline{AC} + \frac{1}{2} \overline{BD}$
 (c) $\frac{1}{2} \overline{BD} - \frac{1}{2} \overline{AC}$ (d) $\overline{AC} + \overline{BC}$

নিচের চিত্রের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



OP এবং OQ এর মধ্য বিন্দু যথাক্রমে A এবং N।

$\overline{BQ} = 3\overline{OB}$

44. $\overline{AB} = ?$
- (a) $\underline{a} - \underline{b}$ (b) $\underline{a} + \underline{b}$
 (c) $-\underline{a} - \underline{b}$ (d) $\underline{b} - \underline{a}$
45. $\overline{PQ} = ?$
- (a) $4\underline{b} - 2\underline{a}$ (b) $2\underline{a} + 4\underline{b}$
 (c) $2\underline{a} - 4\underline{b}$ (d) $-2\underline{a} - 4\underline{b}$
46. $\underline{a} + 4\underline{b} = 0$ হলে, \underline{a} ও \underline{b} ভেক্টর কীরূপ হতে পারে?
- (a) লম্ব (b) সমান্তরাল ও সমমুখী
 (c) সমান (d) সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী
47. \overline{AA} একটি ভেক্টর -
- (i) এটি একটি বিন্দু ভেক্টর
 (ii) এর আদিবিন্দু ও অন্তবিন্দু একই
 (iii) এর দৈর্ঘ্য শূন্য
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii
48. নিচের কোনটি স্কেলার রাশি?
- (a) ওজন (b) বল (c) সরণ (d) আয়তন
49. একটি ভেক্টর \underline{u} কে অপর ভেক্টর \underline{v} এর সমান বলা হবে যদি-
- (i) $|\underline{u}| = |\underline{v}|$ হয়
 (ii) \underline{u} ও \underline{v} এর দিক একইমুখী হয়
 (iii) \underline{u} এর ধারক \underline{v} এর ধারকের বিপরীত হয়
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii
50. $|\overline{AB}| = y$ হলে, $|5\overline{AB} + 4\overline{BA}| + 6$ এর মান কত?
- (a) y (b) $6 - y$ (c) $y + 6$ (d) 6

উত্তরমালা

38. b	39. a	40. a	41. d	42. c	43. b	44. d	45. b	46. d	47. d	48. d	49. a	50. c
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------



MCQ প্রশ্নের ব্যাখ্যামূলক সমাধান

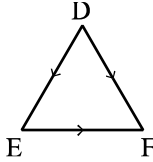


বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্রশ্নসমূহের সমাধান

01. **সমাধান: (b);** $\overrightarrow{PQ} = Q$ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $-P$ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= 2\mathbf{a} - \mathbf{b} - 5\mathbf{a} + 3\mathbf{b} = -3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$

02. **সমাধান: (b);** যেহেতু PQ ও SR এর মধ্যবিন্দু X ও Y এবং $PS \parallel QR$

$$XY = \frac{1}{2}(PS + QR) = \frac{1}{2}(6 + 10) = 8 \text{ cm}$$

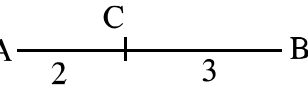


03. **সমাধান: (d);**

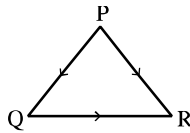
ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে, $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DF}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{DF} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FD} = 0$

04. **সমাধান: (d);** দুটি ভেক্টরের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল হলে, এদের একটিকে অপরটির সংখ্যা গুণিতক আকারে প্রকাশ করা যায়। $PQ \parallel RS$ হলে, $\overrightarrow{PQ} = m\overrightarrow{RS}$

\overrightarrow{PQ} ও \overrightarrow{RS} সমমুখী হবে যখন $m > 0$; \overrightarrow{PQ} ও \overrightarrow{RS} বিপরীতমুখী হবে যখন $m < 0$ ।

05. **সমাধান: (b);** 

$$\therefore \underline{c} = \frac{2b+3a}{5} \text{ [অন্তর্বিভক্তি]}$$



06. **সমাধান: (b);**

এখানে ΔPQR এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি অনুযায়ী,

$$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$$

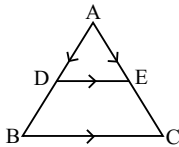
$$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{QR} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = -\overrightarrow{RP} + \overrightarrow{RQ}$$

$$\therefore \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RQ} - \overrightarrow{RP}$$

07. **সমাধান: (a);** $\overrightarrow{AB} = B$ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $-A$ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর

$$= 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b} - 9\mathbf{a} + 4\mathbf{b} = -5\mathbf{a} + 2\mathbf{b} = 2\mathbf{b} - 5\mathbf{a}$$

08. **সমাধান: (b);**



প্রশ্নানুসারে, $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ [যেহেতু D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু]
 ΔADE এ $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

09. **সমাধান: (b);** $\overrightarrow{AB} = B - A$
 $= (\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) - (2\mathbf{a} - \mathbf{b})$
 $= \mathbf{a} - 2\mathbf{b} - 2\mathbf{a} + \mathbf{b} = -\mathbf{a} - \mathbf{b}$

12. **সমাধান: (d);** $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}|$
 $= \frac{1}{2}|5 - 7| = \frac{1}{2}|-2| = 1 \text{ cm}$

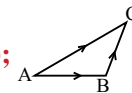
13. **সমাধান: (d);** D, PQ এর মধ্যবিন্দু এবং $QR \parallel DE$ বলে E, PR এর মধ্যবিন্দু হবে।

$$\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PE} - 2\overrightarrow{PD}$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{PE} - \overrightarrow{PD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PQ}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{QR}$$

14. **সমাধান: (c);** $(5p - 3q)$ এর বিপরীত ভেক্টর
 $= -(5p - 3q) = -5p + 3q = 3q - 5q$

15. **সমাধান: (c);** $|\overrightarrow{AB}| = x \therefore |3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BA}| + 2$
 $= |3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AB}| + 2 = |\overrightarrow{AB}| + 2 = x + 2$

16. **সমাধান: (b);**  যোগের সূত্রানুসারে

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$$

17. **সমাধান: (a);** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b}$

21. **সমাধান: (d);** (i) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG}$

$$(ii) \overrightarrow{HG} - \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{EG}$$

$$(iii) \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EH} = 2\overrightarrow{EH}$$

$$(iv) \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{EF} = 0$$

22. **সমাধান: (a);** $\overrightarrow{QR} = 2\overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$

$$\text{এখানে, } \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN} \text{ বা, } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$$

23. **সমাধান: (d);** (i) $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EG}$; সঠিক

$$(ii) \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EG}; \text{ সঠিক}$$

$$(iii) \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{EF} \Rightarrow -\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{EF}$$

$$\therefore \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{EF}; \text{ সঠিক}$$

24. **সমাধান: (a);** $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \Rightarrow -\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = 0$

25. **সমাধান: (b);** $-3\mathbf{a} + 2\mathbf{b} = -(3\mathbf{a} - 2\mathbf{b})$

27. **সমাধান: (a);** $\underline{c} = \frac{11\mathbf{a}+5\mathbf{b}}{5+11} = \frac{5\mathbf{b}+11\mathbf{a}}{16}$

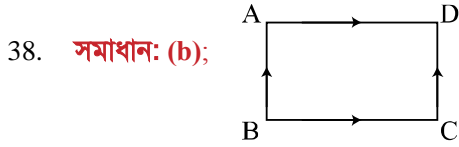
29. **সমাধান: (d);** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$

30. **সমাধান: (b);** $\underline{c} = \frac{1\mathbf{a}+1\mathbf{b}}{1+1} = \frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}}{2} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$



33. **সমাধান: (c);** $\overline{PQ} = \overline{OQ} - \overline{OP}$
 $= -3\mathbf{a} - \mathbf{b} - 9\mathbf{a} + 4\mathbf{b} = -12\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$

35. **সমাধান: (d);** $\overline{OC} = \frac{1 \times \mathbf{a} + 2 \times \mathbf{b}}{2+1} = \frac{\mathbf{a} + 2\mathbf{b}}{3}$



42. **সমাধান: (c);** $\overline{BA} + \overline{AD} = \overline{BD}$
 $\Rightarrow -\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BD}$
 $\therefore \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB}$



বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ MCQ প্র্যাক্টিস প্রবলেমের সমাধান

48. **সমাধান: (d);** যে সকল রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশের জন্য শুধু মানের প্রয়োজন হয় তাকে স্কেলার রাশি বলে। তাই, আয়তন একটি স্কেলার রাশি।

49. **সমাধান: (a);** \mathbf{u}, \mathbf{v} এর সমান ভেক্টর হবে যদি $|\mathbf{u}| = |\mathbf{v}|$ । \mathbf{u} ও \mathbf{v} এর ধারক অভিন্ন অথবা সমান্তরাল এবং \mathbf{u} এর দিক \mathbf{v} এর দিকের সঙ্গে একইমুখী হয়।

50. **সমাধান: (c);** $|\overline{5AB} + 4\overline{BA}| + 6$
 $= |\overline{5AB} - 4\overline{AB}| + 6 = |\overline{AB}| + 6 = y + 6$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান



বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ CQ প্রশ্নসমূহ

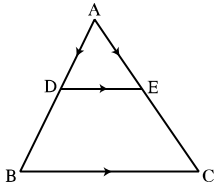
01. ΔPQR এর QR, RP ও PQ বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, S, T [ঢা.বো.'২৪]

(a) \overline{PQ} ভেক্টরকে \overline{QS} ও \overline{RT} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। 2

(b) $QRST$ ট্র্যাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু U ও V হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $UV \parallel TS \parallel QR$ এবং

$$UV = \frac{1}{2}(QR - TS)$$
4

(c) প্রমাণ কর যে, $\overline{PD} + \overline{QS} + \overline{RT} = 0$ 4



02. [চ.বো.'২৪]

চিত্রে $DE \parallel BC$ এবং D, E AB এর মধ্যবিন্দু।

(b) ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, AC এর মধ্যবিন্দু E । 4

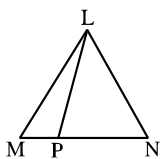
(c) BD ও CE এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel DE \parallel BC$ এবং $PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$ । 4

03. $PQRS$ একটি চতুর্ভুজ এবং PR ও QS দুটি কর্ণ। [ব.বো.'২৪]

(c) ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত চতুর্ভুজের সম্মিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাসমূহ একটি সামান্তরিক উৎপন্ন করে। 4

04. $ABCD$ সামান্তরিক AC ও BD কর্ণ। [য.বো.'২৪]

(c) ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, AC এবং BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। 4

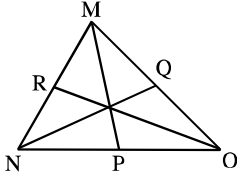


05. [দি.বো.'২৪]

(c) Q ও R বিন্দু যথাক্রমে LM ও LN এর মধ্যবিন্দু হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $MN \parallel QR$ এবং $QR = \frac{1}{2}MN$ 4



06.



P, Q, R যথাক্রমে NO, MO, MN এর মধ্যবিন্দু।

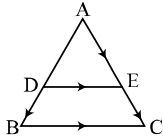
(a) M, N এবং O এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \underline{a} , \underline{b} এবং \underline{c} হলে, দেখাও যে, $RQ = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$. 2

(c) ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত NO এর সমান্তরাল সরলরেখা Q বিন্দুগামী হবে। 4



বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ CQ প্র্যাক্টিস প্রবলেম

07.



ΔABC এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

(a) $(\overline{AD} + \overline{DE})$ কে \overline{AC} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। 2

(b) ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$. 4

(c) A ও B এর অবস্থান ভেক্টর \underline{a} ও \underline{b} এবং AB রেখাংশ C বিন্দুতে m:n অনুপাতে বহির্বিভক্ত হলে C এর অবস্থান ভেক্টর \underline{c} হলে দেখাও যে, $\underline{c} = \frac{na - mb}{n - m}$. 4

CQ প্রশ্নের সমাধান



বিগত বছরের বোর্ড পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ CQ প্রশ্নসমূহের সমাধান

01. (a) দেওয়া আছে, ΔPQR এর PQ, QR, PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে T, D, S। P, D ; R, T ; Q, S যোগ করি। \overline{PQ} ভেক্টরকে \overline{QS} ও \overline{RT} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে।

ΔPQS -এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, $\overline{PQ} + \overline{QS} = \overline{PS}$

$$\Rightarrow \overline{PQ} + \overline{QS} = \frac{1}{2}\overline{PR} \dots \dots (i)$$

আবার, ΔPRT -এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, $\overline{PR} + \overline{RT} = \overline{PT} \Rightarrow \overline{PR} = \overline{PT} - \overline{RT}$

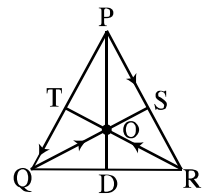
$$\Rightarrow \overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{PQ} - \overline{RT} \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } \overline{PQ} + \overline{QS} = \frac{1}{2}\overline{PR} \Rightarrow \overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{PR} - \overline{QS}$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\overline{PQ} - \overline{RT}\right] - \overline{QS} \Rightarrow \overline{PQ} = \frac{1}{4}\overline{PQ} - \frac{1}{2}\overline{RT} - \overline{QS}$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} - \frac{1}{4}\overline{PQ} = \frac{-1}{2}\overline{RT} - \overline{QS} \Rightarrow \frac{3}{4}\overline{PQ} = -\frac{1}{2}[\overline{RT} + 2\overline{QS}]$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} = \frac{-2}{3}[\overline{RT} + 2\overline{QS}] \text{ (Ans.)}$$



(b) দেওয়া আছে, QRST ট্র্যাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে U ও V হলে, R, T ও Q, S যোগ করি। QS ও RT এর মধ্যবিন্দু U, V নির্ণয় করি এবং যোগ করি। মনে করি, কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে Q, R, S, T এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে b, c, e, d

$$\therefore \overrightarrow{TS} = S \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} - T \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} = e - d$$

$$\text{এবং } \overrightarrow{QR} = R \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} - Q \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} = c - b$$

$$\therefore U \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} = \frac{1}{2}(b + e) [\because U, QS \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore V \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} = \frac{1}{2}(c + d) [\because V, TR \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore \overrightarrow{UV} = V \text{ এর অবস্থান ভেক্টর} - U \text{ এর অবস্থান ভেক্টর}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}(c + d) - \frac{1}{2}(b + e) \Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}(c + d - b - e)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}\{(c - b) - (e - d)\} \Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}\{\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{TS}\}$$

এখানে, \overrightarrow{UV} , $(QR - TS)$ এর সংখ্যাগুণিতক।

$\therefore (QR - TS), UV$ ভেক্টরের সমান্তরাল।

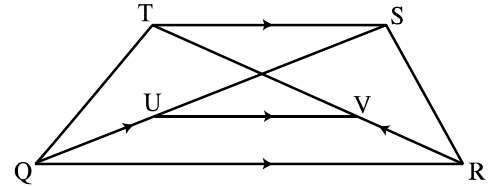
যেহেতু, \overrightarrow{QR} ও \overrightarrow{TS} ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

সুতরাং $UV \parallel QR \parallel TS$

$$\text{আবার, } \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{TS}) \Rightarrow |\overrightarrow{UV}| = \frac{1}{2}(|\overrightarrow{QR}| - |\overrightarrow{TS}|)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{UV} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{TS})$$

$$\therefore UV \parallel QR \parallel TS \text{ এবং } UV = \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{TS})$$



(c) ΔPQR এর QR, RP ও PQ বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, S, T প্রমাণ করতে হবে যে, $\overrightarrow{PD} + \overrightarrow{QS} + \overrightarrow{RT} = \underline{0}$

অঙ্কন: P, D; Q, S এবং R, T যোগ করি।

প্রমাণ: ΔPDQ এ $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QD} = \overrightarrow{PD}$ [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি]

$$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PD} \dots \dots \dots (i) [\because D, QR \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

আবার, ΔPRT এ $\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RT} = \overrightarrow{PT}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{RT} = -\overrightarrow{PR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} \dots \dots \dots (ii) [\because T, PQ \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

আবার, ΔPQS এর $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PS} \Rightarrow \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PS} - \overrightarrow{PQ}$

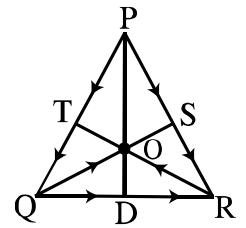
$$\Rightarrow \overrightarrow{QS} = -\overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} \dots \dots \dots (iii) [\because S, PR \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$(i) + (ii) + (iii) \Rightarrow \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{PR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PR}$$

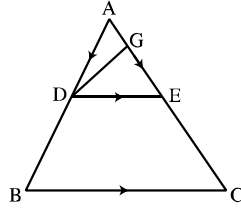
$$= (\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{PQ}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{QR} - \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = 0 + \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} + \overrightarrow{PQ}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{PR}$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} - \frac{1}{2}\overrightarrow{PR} [\because \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}]$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PR}) = \underline{0} \text{ (Proved)}$$



02. (b)



মনে করি, ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু D দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল করে অঙ্কিত রেখা, AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, E, AC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ: মনে করি, E নয় বরং G, AC এর মধ্যবিন্দু।

এখানে, $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ [\because D, AB এর মধ্যবিন্দু]

এবং $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ [\because ধরে নিয়েছি G, AC এর মধ্যবিন্দু]

ΔABC এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \dots \dots (i)$

ΔADG এ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AD}$

$\Rightarrow \overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ [যেহেতু $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ এবং $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$]

$\Rightarrow \overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Rightarrow \overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ [i নং হতে প্রাপ্ত]

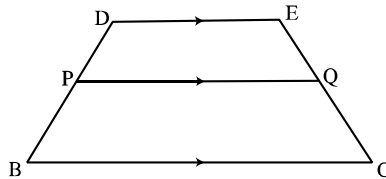
অর্থাৎ, $DG \parallel BC$ কিন্তু দেওয়া আছে, $DE \parallel BC$

তাহলে, DE এবং DG রেখাদ্বয় উভয়ই D বিন্দু দিয়ে যায় এবং BC এর সমান্তরাল।

অতএব, DE ও DG অবশ্যই সমাপতিত হবে। অর্থাৎ, G বিন্দু E বিন্দুর উপর সমাপতিত হবে।

সুতরাং E এবং G একই বিন্দু হবে। অর্থাৎ, E, AC এর মধ্যবিন্দু। **[প্রমাণিত]**

(c) দেওয়া আছে, DEBC চতুর্ভুজের DB ও EC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ \parallel DE \parallel BC$ এবং $PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$



প্রমাণ: মনে করি, মূলবিন্দুর সাপেক্ষে D, E, C, B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে, a, b, c ও d

$\therefore \overrightarrow{DE} = b - a$ এবং $\overrightarrow{BC} = c - d$

P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর = $\frac{D \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} + B \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর}}{2} = \frac{1}{2}(a + d)$ [\because P, DB এর মধ্যবিন্দু]

Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর = $\frac{E \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} + C \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর}}{2} = \frac{1}{2}(b + c)$ [\because Q, CE এর মধ্যবিন্দু]

এখানে, $\overrightarrow{PQ} = Q \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} - P \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর}$

$= \frac{1}{2}(b + c) - \frac{1}{2}(a + d) = \frac{1}{2}(b + c - a - d) = \frac{1}{2}\{(b - a) + (c - d)\} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BC})$

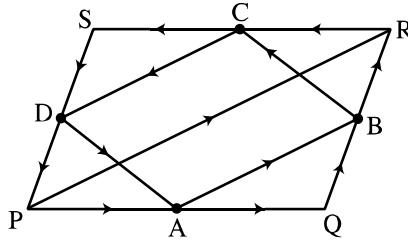
$\therefore \overrightarrow{PQ}, (\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BC})$ এর সংখ্যাগুণিতক। সুতরাং $\overrightarrow{PQ}, (\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BC})$ এর সমান্তরাল।

কিন্তু \overrightarrow{DE} ও \overrightarrow{BC} ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

$\therefore PQ \parallel DE \parallel BC$ এবং $|\overrightarrow{PQ}| = \frac{1}{2}(|\overrightarrow{BC}| + |\overrightarrow{DE}|)$

$\therefore PQ = \frac{1}{2}(BC + DE)$ **[প্রমাণিত]**

03. (c) দেওয়া আছে, PQRS একটি চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু A, B, C, D।



প্রমাণ: মনে করি, $\overline{PQ} = a$, $\overline{QR} = b$, $\overline{RS} = c$, $\overline{SP} = d$

তাহলে, $\overline{AB} = \overline{AQ} + \overline{QB}$ [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি]

$$= \frac{1}{2}\overline{PQ} + \frac{1}{2}\overline{QR} = \frac{1}{2}(a + b)$$

অনুরূপভাবে, $\overline{BC} = \frac{1}{2}(b + c)$, $\overline{CD} = \frac{1}{2}(c + d)$ এবং $\overline{DA} = \frac{1}{2}(d + a)$

এখানে, $\overline{PR} = \overline{PQ} + \overline{QR} = a + b$

আবার, $\overline{RP} = \overline{RS} + \overline{SP} = c + d$

অর্থাৎ $(a + b) + (c + d) = \overline{PR} + \overline{RP}$ [ভেক্টর যোগের বিধি]

$$\Rightarrow (a + b) + (c + d) = \overline{PR} - \overline{PR} \Rightarrow (a + b) + (c + d) = 0$$

অর্থাৎ, $(a + b) = -(c + d) \Rightarrow \frac{1}{2}(a + b) = -\frac{1}{2}(c + d)$

$$\Rightarrow \overline{AB} = -\overline{CD} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$$
 [বিপরীত ভেক্টর বিধি]

দুইটি ভেক্টর পরস্পর সমান হলে, ভেক্টরদ্বয় হয় সমান্তরাল হবে অথবা একই ধারক রেখায় অবস্থিত হবে।

কিন্তু \overline{AB} ও \overline{DC} একই ধারক রেখায় অবস্থিত নয়।

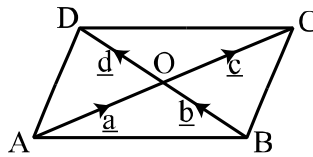
সুতরাং \overline{AB} ও \overline{DC} ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC} \text{ এবং } |\overline{AB}| = |\overline{DC}| \Rightarrow AB = DC$$

অনুরূপভাবে, AD ও BC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

অতএব PQRS একটি সমান্তরিক।

04. (c)



ধরি, AC ও BD কর্ণদ্বয় ABCD সামান্তরিককে O বিন্দুতে ছেদ করে।

মনে করি, $\overline{AO} = a$, $\overline{BO} = b$, $\overline{OC} = c$, $\overline{OD} = d$

প্রমাণ করতে হবে, $|a| = |c|$, $|b| = |d|$

এখানে, $\overline{AO} + \overline{OD} = \overline{AD}$ এবং $\overline{BO} + \overline{OC} = \overline{BC}$

সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো সমান এবং সমান্তরাল, তাই $\overline{AD} = \overline{BC}$

অর্থাৎ, $\overline{AO} + \overline{OD} = \overline{BO} + \overline{OC}$ অথবা, $a + d = b + c$ অথবা, $a - c = b - d$

এখানে, a আর c মিলে হয় AC, b আর d মিলে হয় BD

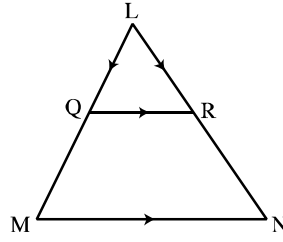
যদি $a - c$ আর $b - d$ দুইটি সমান এবং অশূন্য ভেক্টর হয়, তাহলে তাদের ধারকরেখা হবে একই অথবা সমান্তরাল। কিন্তু

AC এবং BD দুইটি ছেদকারী রেখা যা পরস্পর সমান্তরাল না। অতএব, $a - c$ এবং $b - d$ শূন্য ভেক্টর।

$$\therefore a - c = 0 \text{ অথবা, } a = c \text{ এবং } b - d = 0 \text{ অথবা, } b = d \therefore |a| = |c|, |b| = |d|$$

সুতরাং, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

05. (c)



মনে করি, ΔLMN ত্রিভুজের LM ও LN বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে Q ও R । Q, R যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $MN \parallel QR$ এবং $QR = \frac{1}{2}MN$

প্রমাণ: ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, $\vec{LR} - \vec{LQ} = \vec{QR} \dots \dots \dots (i)$

এবং $\vec{LN} - \vec{LM} = \vec{MN}$

কিন্তু $\vec{LN} = 2\vec{LR}$; $\vec{LM} = 2\vec{LQ}$ [$\because Q$ এবং R বিন্দু যথাক্রমে LM ও LN এর মধ্যবিন্দু।]

$\vec{LN} - \vec{LM} = \vec{MN}$ থেকে পাই, $2\vec{LR} - 2\vec{LQ} = \vec{MN}$

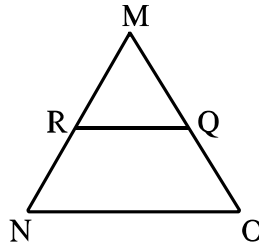
অর্থাৎ, $2(\vec{LR} - \vec{LQ}) = \vec{MN} \Rightarrow 2\vec{QR} = \vec{MN} \Rightarrow \vec{QR} = \frac{1}{2}\vec{MN}$ [(i) হতে]

এবং $|\vec{QR}| = \frac{1}{2}|\vec{MN}| \Rightarrow QR = \frac{1}{2}MN$

সুতরাং, \vec{QR} ও \vec{MN} ভেক্টরদ্বয়ের ধারকরেখা একই বা সমান্তরাল। কিন্তু এখানে ধারক রেখা এক নয়। সুতরাং \vec{QR} ও \vec{LM} ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখাদ্বয় অর্থাৎ, QR ও MN সমান্তরাল।

$\therefore MN \parallel QR$ এবং $QR = \frac{1}{2}MN$ (প্রমাণিত)

06. (a)



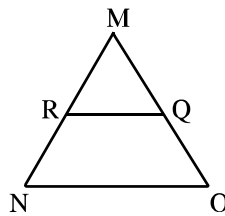
দেওয়া আছে, M, N, O এর অবস্থান ভেক্টর $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $RQ = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$

প্রমাণ: R বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$ [$\because R, MN$ এর মধ্যবিন্দু]

Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c})$ [$\because Q, MO$ এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore RQ = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b}) = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c} - \underline{a} - \underline{b}) = \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$ [দেখানো হলো]

(c)



দেওয়া আছে, MN ও OM এর মধ্যবিন্দু R এবং Q ।

প্রমাণ করতে হবে যে, R বিন্দু দিয়ে ON এর সমান্তরাল রেখা আঁকলে তা Q বিন্দু দিয়ে যায় অর্থাৎ, $RQ \parallel ON$

ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, $\overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{RQ} \dots \dots \dots (i)$

এবং $\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NO}$

কিন্তু $\overrightarrow{MO} = 2\overrightarrow{MQ}$, $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MR}$ [R এবং Q বিন্দু যথাক্রমে MN ও MO এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NO}$ থেকে পাই

$2\overrightarrow{MQ} - 2\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{NO}$, অর্থাৎ $2(\overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{MR}) = \overrightarrow{NO}$

$\therefore 2\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{NO}$ [(i) নং হতে পাই]

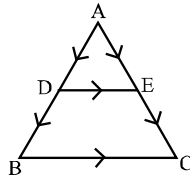
$\therefore \overrightarrow{RQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{NO}$ এবং $|\overrightarrow{RQ}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{NO}|$ বা, $RQ = \frac{1}{2} NO$

সুতরাং \overrightarrow{RQ} ও \overrightarrow{NO} ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল। কিন্তু এখানে ধারক রেখা এক নয়। সুতরাং \overrightarrow{RQ} ও \overrightarrow{NO} ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখাদ্বয় অর্থাৎ RQ এবং NO সমান্তরাল।

অর্থাৎ, R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত ON এর সমান্তরাল সরলরেখা অবশ্যই Q বিন্দুগামী হবে। (প্রমাণিত)

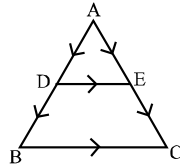
বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ CQ প্র্যাক্টিস প্রবলেমের সমাধান

07. (a)



ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ [\because E, AC এর মধ্যবিন্দু] $\therefore (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ।

(b)



প্রমাণ: ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে, $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DE} \dots \dots \dots (i)$

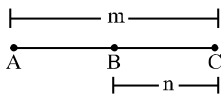
এবং $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ কিন্তু $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AD}$

এখন, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow 2\overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow 2(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{BC} \Rightarrow 2\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$

$\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$; $|\overrightarrow{DE}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$ বা, $DE = \frac{1}{2}BC$, যেহেতু, \overrightarrow{DE} ও \overrightarrow{BC} এর ধারকরেখা এক নয়।

$\therefore \overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ (Proved)

(c)



প্রমাণ: দেওয়া আছে, $AC : BC = m : n \Rightarrow n.AC = m.BC$

$\Rightarrow n(c - a) = m(c - b) \Rightarrow nc - na = mc - mb$

$\Rightarrow mb - na = mc - nc \Rightarrow c(m - n) = mb - na \therefore c = \frac{mb - na}{m - n} = \frac{-(na - mb)}{-(n - m)} = \frac{na - mb}{n - m}$

$\therefore c = \frac{na - mb}{n - m}$ (প্রমাণিত)